

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)**

Рославльский ж.д. техникум - филиал ПГУПС

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала
Н. А. Кожанов
«31» августа 2017г.



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для специальности
38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт
(по отраслям)

Рославль
2017

Реквизиты фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств разработан в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по программе подготовки специалистов среднего звена (ФГОС СПО по ППССЗ) по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт

(по отраслям), утвержденного приказом Минобрнауки России от 28.07.2014г. N 834.

Оценка качества освоения ППССЗ включает текущий контроль успеваемости, промежуточную и государственную итоговую аттестации обучающихся. С этой целью создается фонд оценочных средств, который позволяет установить соответствие персональных достижений обучающихся поэтапным требованиям соответствующей ППССЗ (текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация) и позволяет оценить умения, знания, практический опыт и освоенные компетенции.

Фонды оценочных средств для проведения промежуточной аттестации по учебным дисциплинам и междисциплинарным курсам в составе профессиональных модулей разрабатываются и утверждаются филиалом, а для промежуточной аттестации по профессиональным модулям и для государственной итоговой аттестации - разрабатываются и утверждаются филиалом после предварительного положительного заключения работодателей.

В фонд оценочных средств по специальности сформирован из фондов оценочные средства (материалов) по учебным дисциплинам, профессиональным модулям, практикам и государственной итоговой аттестации в соответствии с учебным планом по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учёт(по отраслям), утвержденного на 2017/18 учебный год:

Фонд оценочных средств разработал преподаватель Гращенкова И.Н.

Содержание оценочных средств (материалов) рассмотрено и одобрено на заседании Учебно-методического совета филиала. Протокол №1 от 30 августа 2017г.

Председатель – заместитель директора филиала по учебно-воспитательной работе С.И. Лысков



Содержание

1 Информационный лист «Краткая характеристика возможных форм контроля и оценки по дисциплине»	4
2 Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине	
2.1 Область применения	5
2.2. Система контроля и оценки освоения программы по дисциплине	6
2.3. Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины «Математика»	7
Приложения.	
Приложение А. Вопросы к дифференцированному зачёту по дисциплине	8
Приложение Б. Вопросы для текущего контроля	9
Приложение В. Разноуровневые задания	12
Приложение Г. Творческие задания	19

1. Информационный лист «Краткая характеристика возможных форм контроля и оценки по дисциплине»

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика формы контроля	Представление контрольных заданий в комплекте оценочных средств
1	2	3	4
1	Разноуровневые задачи и задания	<p>Различают задачи и задания:</p> <p>а) <i>репродуктивного</i> уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;</p> <p>б) <i>реконструктивного</i> уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;</p> <p>в) <i>творческого</i> уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, <i>интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.</i></p>	Комплект разноуровневых задач и заданий
2	Реферат	<p>Продукт <i>самостоятельной работы</i> студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов <i>теоретического анализа</i> определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.</p>	Темы рефератов
3	Доклад, сообщение	<p>Продукт <i>самостоятельной работы</i> студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы</p>	Темы докладов, сообщений
4	Творческое задание	<p>Частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее <i>диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.</i> Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся.</p>	Темы групповых и/или индивидуальных творческих заданий

2. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

2.1 Область применения

Фонды оценочных средств предназначены для проверки результатов освоения дисциплины «ЕН.01 Математика» основной профессиональной образовательной программы (далее ОПОП) по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

в части овладения следующими знаниями, умениями:

Знать

- значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной образовательной программы;
- основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
- основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления.

Уметь

- решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности.

Фонд оценочных средств позволяет оценивать также:

Освоение части следующих общих компетенций (ОК):

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Владеть информационной культурой, анализировать и оценивать информацию с использованием информационно-коммуникационных технологий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

2.2. Система контроля и оценки освоения программы по дисциплине ЕН.01 Математика

Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Код контролируемой ПК (или ее части), её составных частей (ЗУ)+ОК	Форма контроля	Вид контрольных заданий
Тема 1. Линейная алгебра	знать: основные понятия и действия над матрицами; способы решения систем линейных уравнений. уметь: решать системы линейных уравнений.	Разноуровневые задания	Приложение В

	+ ОК 1. ОК 2. ОК 4.		
Тема 2. Теория комплексных чисел.	знать: определение комплексного числа, действия над комплексными числами. уметь: выполнять действия над комплексными числами. + ОК 1. ОК 2. ОК 4.	Презентация	Приложение Г
Тема 3. Дифференциальное исчисление.	знать: определение производной и дифференциала функции, правила дифференцирования. уметь: находить производные сложных функций и дифференциал функции. + ОК 1. ОК 2. ОК 3. ОК 5.	Разноуровневые задания	Приложение В
Тема 4. Интегральное исчисление.	знать: определения интеграла и его свойства; таблицу интегралов. уметь: решать прикладные задачи с помощью определенного интеграла. + ОК 1. ОК 2. ОК 3. ОК 5.	Разноуровневые задания	Приложение В
Тема 5. Элементы дискретной математики.	знать: основные понятия множества и теории графов. уметь: решать задания прикладного характера на применение понятий дискретной математики. + ОК 1. ОК 2. ОК 3. ОК 5.	Реферат	Приложение Г
Тема 6. Теория вероятностей.	знать: вероятностный характер различных процессов окружающего мира. уметь: решать задания прикладного характера на применение теории вероятностей. + ОК 1. ОК 2. ОК 3. ОК 5.	Реферат	Приложение Г
Тема 7. Математическая статистика.	знать: универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности. уметь: прикладного характера на применение статистики для решения прикладных задач. + ОК 1. ОК 2. ОК 3. ОК 5.	Разноуровневые задания	Приложение В

2.3. Организация контроля и оценки освоения программы учебной дисциплины «Математика»

При изучении учебной дисциплины предусмотрены следующие виды текущего контроля знаний обучающихся:

устный опрос – контроль, проводимый после изучения материала в виде ответов на вопросы, позволяет не только проконтролировать знание темы урока, но и развивать навыки свободного общения, правильной устной речи;

письменный контроль – выполнением практических заданий по отдельным темам, позволяет выявить уровень усвоения теоретического материала и умение применять полученные знания на практике;

комбинированный опрос – контроль, предусматривающий одновременное использование устной и письменной форм оценки знаний, позволяющий опросить большое количество обучающихся;

защита и презентация домашних заданий – контроль знаний по индивидуальным или групповым домашним заданиям с целью проверки правильности их выполнения, умения обобщать пройденный материал и публично его представлять, прослеживать логическую связь между темами курса.

Для проведения рубежного контроля проводятся практические занятия по темам изучаемой дисциплины, с целью проверки усвоения изучаемого материала.

Итоговый контроль по дисциплине проводится в форме зачёта, для подготовки к которому обучающиеся заранее знакомятся с перечнем вопросов по дисциплине.

Приложение А

Вопросы для подготовки к дифференцированному зачету по дисциплине «Математика».

1. Значение математики в профессиональной деятельности и при освоении основной профессиональной образовательной программы.
2. Матрицы: основные понятия, действия над матрицами.
3. Определители и их свойства.
4. Системы линейных уравнений, способы их решения.
5. Комплексные числа, действия над комплексными числами.
6. Предел функции, основные теоремы о пределах функций.
7. Производная функции, физический и геометрический смысл.
8. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
9. Дифференциал функции.
10. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
11. Методы интегрирования.
12. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Методы вычисления определенных интегралов.
14. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
15. Дифференциальные уравнения, общие и частные решения.
16. Множества, операции над множествами.
17. Отношения и их свойства.
18. Основные понятия теории графов.
19. Элементы комбинаторики. События, виды событий, вероятность событий.
20. Понятие события. Виды события.
21. Классическое определение вероятности.
22. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
23. Случайная величина. Способы задания величины.
24. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
25. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Вопросы для текущего контроля
по дисциплине «Математика».

Тема 1. Линейная алгебра

1. Дайте определение матрицы. Действия над матрицами.
2. Что называется определителем второго порядка?
3. Определитель третьего порядка. Способы вычисления.
4. Системы линейных уравнений.
5. Методы решения систем линейных уравнений.

Тема 2. Теория комплексных чисел

1. Определение комплексного числа.
2. Действительная и мнимая часть комплексного числа.
3. Действия над комплексными числами.

Тема 3. Дифференциальное исчисление

1. Что называется пределом функции.
2. Сформулируйте теоремы о пределах?
3. Первый и второй замечательные пределы.
4. Производная функции. Дифференциал функции.
5. В чем заключается геометрический смысл производной?
6. Механический смысл производной.
7. Перечислите правила дифференцирования.
8. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.

Тема 4. Интегральное исчисление

1. Неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); методы интегрирования по частям.
4. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Основные свойства определенного интеграла.
6. Геометрический смысл определенного интеграла.
7. Методы вычисления определенных интегралов.
8. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

Тема 5. Элементы дискретной математики

1. Множества. Виды множества.
2. Перечислите, какие операции над множествами можно применять?
3. Дайте определение дополнения множества.
4. Граф. Виды графа.
5. Перечислите операции над графами.

Тема 6. Теория вероятностей

1. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения и сочетания.
2. Понятие события. Виды события.
3. Классическое определение вероятности.
4. Теорема сложения вероятностей.
5. Теорема умножения вероятностей.

Тема 7. Математическая статистика

1. Случайная величина. Способы задания величины.
2. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
3. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Критерии оценки:

Ответ оценивается оценкой «отлично», если студент: полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой, изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику; продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков; отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые студент легко исправил по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается оценкой «хорошо», если: в изложении материала допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа; допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя; допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается оценкой «удовлетворительно», если: неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала; имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя; студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данному вопросу; при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Ответ оценивается оценкой «неудовлетворительно», если: не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

Комплект разноуровневых заданий
по дисциплине «Математика»

Тема 1. Линейная алгебра: «Решение систем линейных уравнений».

Вариант 1

Решите системы уравнений:

1.
$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} 4x - 2y = -6 \\ 6x + y = 11 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

Вариант 2

Решите системы уравнений:

1.
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} 5x + y = 14 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 4 \\ 4x + 3y - 5z = 2 \\ 5x + 4y - 2z = 18 \end{cases}$$

Вариант 3

Решите системы уравнений:

1.
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x + 4y = 7 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} x - y + 3z = 8 \\ 3x - 2y + 5z = 14 \\ 5x + 3y - 3z = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

Решите системы уравнений:

1.
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2 \\ 4x - 5y + 2z = 1 \\ 5x - 6y + 4z = 3 \end{cases}$$

Вариант 5

Решите системы уравнений:

1.
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ x + 2y = -5 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8 \\ 2x + 4y - 5z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 1 \end{cases}$$

Вариант 6

Решите системы уравнений:

1.
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 8 \\ 3x - 2y + 5z = 14 \\ 5x + 3y - 3z = 2 \end{cases}$$

Вариант 1

Найдите производную функции:

- 1) $y = \frac{7}{x} + 3\sqrt{x} - \operatorname{tg} 2x - 3^x$
- 2) $y = \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- 3) $y = (3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3})^5$
- 4) $y = \sqrt{2 - 5x} + (3x - 5)^6$
- 5) $y = \frac{(3x - 5)^4}{(2x - 4)^3}$

Вариант 3

Найдите производную функции:

- 1) $y = \frac{4}{x} + 5\sqrt{x} + \operatorname{ctg} 2x + 5^x$
- 2) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
- 3) $y = \left(4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3}\right)^4$
- 4) $y = (2x - 9)^{10} + \sqrt{3x - 1}$
- 5) $y = \frac{(8 - 5x)^4}{(2x - 4)^3}$

Вариант 5

Найдите производную функции:

- 1) $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} 3x + 5^x$
- 2) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
- 3) $y = \left(2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3x}\right)^4$
- 4) $y = (8x - 7)^3 + \sqrt{9 - 3x}$
- 5) $y = \frac{(4x - 9)^4}{(3 - 5x)^3}$

Вариант 2

Найдите производную функции:

- 1) $y = \frac{8}{x} - 2\sqrt{x} + \cos 3x - \ell^{2x}$
- 2) $y = \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$
- 3) $y = \left(4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}\right)^4$
- 4) $y = (9x - 1)^5 + \sqrt{5 - x^2}$
- 5) $y = \frac{(5 - 2x)^3}{(3x + 7)^4}$

Вариант 4

Найдите производную функции:

- 1) $y = \sin 3x - \frac{1}{x} + 6\sqrt{x} - \ell^{4x}$
- 2) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$
- 3) $y = (8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi)^5$
- 4) $y = (3 - 8x)^5 + \sqrt{5 - 2x}$
- 5) $y = \frac{(4 - 8x)^3}{(6 - 5x)^4}$

Вариант 6

Найдите производную функции:

- 1) $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin 2x - \ell^{3x}$
- 2) $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$
- 3) $y = \left(7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}\right)^5$
- 4) $y = (3 - 8x)^3 + \sqrt{4 - x^3}$
- 5) $y = \frac{(4 - 5x)^3}{(4x + 7)^4}$

Тема 3. Дифференциальное исчисление: «Нахождение дифференциала функции».

Вариант 1

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3}$
2. $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} 3x + 5^x$
3. $y = (2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3x})^4$
4. $y = (8x - 7)^3 + \sqrt{9 - 3x}$
1. $y = \frac{(4x - 9)^4}{(3 - 5x)^3}$

Вариант 3

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}$
2. $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin x$
3. $y = (3x^5 + 8x^3 + 7x^2 - \sqrt{3})^5$
4. $y = \sqrt{2 - 5x} + (3x - 5)^6$
5. $y = \frac{(3x - 5)^4}{(2x - 4)^3}$

Вариант 5

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi$
2. $y = \frac{4}{x} + 5\sqrt{x} + \operatorname{ctg} 2x + 5^x$
3. $y = \left(4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3}\right)^4$
4. $y = (2x - 9)^{10} + \sqrt{3x - 1}$
5. $y = \frac{(8 - 5x)^4}{(2x - 4)^3}$

Вариант 2

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}$
2. $y = -\frac{5}{x} - 7\sqrt{x} + \sin 2x - \ell^{3x}$
3. $y = \left(7x^5 - 2x^3 + 8x - \frac{\pi}{2}\right)^5$
4. $y = (3 - 8x)^3 + \sqrt{4 - x^3}$
5. $y = \frac{(4 - 5x)^3}{(4x + 7)^4}$

Вариант 4

Найдите дифференциал функции:

1. $y = -2x^7 + 4x^5 - \sqrt{3x}$
2. $y = -\frac{15}{x} + 2\sqrt{x} - \operatorname{ctg} x$
3. $y = \left(4x^6 - 7x^2 + 9x + \frac{\pi}{4}\right)^4$
4. $y = (9x - 1)^5 + \sqrt{5 - x^2}$
5. $y = \frac{(5 - 2x)^3}{(3x + 7)^4}$

Вариант 6

Найдите дифференциал функции:

1. $y = 4x^3 - 9x^2 + 3x - \frac{1}{3}$
2. $y = \sin 3x - \frac{1}{x} + 6\sqrt{x} - \ell^{4x}$
3. $y = (8x^6 - 25x^2 - 8x + \pi)^5$
4. $y = (3 - 8x)^5 + \sqrt{5 - 2x}$
5. $y = \frac{(4 - 8x)^3}{(6 - 5x)^4}$

Тема 4. Интегральное вычисление: «Вычисление неопределённого интеграла».

Вариант 1

Найти неопределённые интегралы.

Результат проверить дифференцированием:

1. $\int 3x(2x^2 + 1)dx$

2. $\int (7x - 2)^2 dx$

3. $\int (12x + 5)^7 dx$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 3x}}$

5. $\int \sqrt[3]{4x + 7} dx$

Вариант 2

Найти неопределённые интегралы.

Результат проверить дифференцированием:

1. $\int x^4(1 - 3x)dx$

2. $\int (7x + 3)^2 dx$

3. $\int (3x - 2)^5 dx$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x + 3}}$

5. $\int \sqrt[3]{4x - 4} dx$

Вариант 3

Найти неопределённые интегралы.

Результат проверить дифференцированием:

1. $\int 2x(3 - x^2)dx$

2. $\int (3 + 2x)^3 dx$

3. $\int (5x - 3)^7 dx$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x}}$

5. $\int \sqrt[3]{6x - 5} dx$

Вариант 4

Найти неопределённые интегралы.

Результат проверить дифференцированием:

1. $\int x^3(2x + 3)dx$

2. $\int (3x - 1)^2 dx$

3. $\int (8x + 1)^4 dx$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 3x}}$

5. $\int \sqrt[3]{6 + 2x} dx$

Вариант 5

Найти неопределённые интегралы.

Результат проверить дифференцированием:

1. $\int 2x(3x^2 + 5)dx$

2. $\int (3x - 1)^2 dx$

3. $\int (7x + 3)^5 dx$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 2x}}$

5. $\int \sqrt[3]{6x + 2} dx$

Вариант 6

Найти неопределённые интегралы.

Результат проверить дифференцированием:

1. $\int x^5(2 - 5x)dx$

2. $\int (5x + 3)^2 dx$

3. $\int (5x - 3)^6 dx$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x + 5}}$

5. $\int \sqrt[3]{6x - 2} dx$

Тема 4. Интегральное вычисление: «Дифференциальные уравнения, общие и частные решения».

Вариант 1

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $e^x + y dx = e^{-x} dy$, $x = 1$, $y = 2$

б) $y'' = 3x - 12x^2$, $x = 1$, $y = 2$, $y' = 3$

в) $y'' - y' - 2y = 0$, $x = 0$, $y = -2$, $y' = 5$

Вариант 2

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $e^x + y dx = e^{-x} dy$, $x = -3$, $y = 2$

б) $y'' = 12x^2 - 4x + 3$, $x = 1$, $y = 1$, $y' = 2$

в) $y'' - 9y' + 14y = 0$, $x = 0$, $y = 1$, $y' = 5$

Вариант 3

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $e^x + y dx = e^{-x} dy$, $x = 2$, $y = 12$

б) $y'' = 24x^3 - 8x + 2$, $x = -1$, $y = 5$, $y' = -1$

в) $y'' + 8y' - 16y = 0$, $x = 0$, $y = 3$, $y' = 0$

Вариант 4

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $-x^2 dy = xy dx$, $x = 0$, $y = 1$

б) $y'' = 2x^2 + 3x + 5$, $x = 0$, $y = 3$, $y' = 5$

в) $y'' + 5y' + 6y = 0$, $x = 0$, $y = 1$, $y' = -6$

Вариант 5

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $xy dx = e^{x^2} dy$, $x = 1$, $y = 12$

б) $y'' = 12x^2 + 6x + 2$, $x = 1$, $y = 1$, $y' = 2$

в) $y'' - 2y' + 10y = 0$, $x = 0$, $y = -2$, $y' = 5$

Вариант 6

Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $e^x + y dx = e^x dy$, $x = 1$, $y = 3$

б) $y'' = 4x^2 - 12x + 9$, $x = 1$, $y = 5$, $y' = 3$

в) $y'' - 6y' + 45y = 0$, $x = 0$, $y = 1$, $y' = -3$

Тема 7. Математическая статистика: «Нахождение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины заданной законом распределения».

Вариант 1

Даны законы распределения дискретной случайной величины. Найдите математическое ожидание и дисперсию распределения дискретной случайной величины.

1.

x	-5	-2	0	1	3	4	5
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$

Вариант 2

Даны законы распределения дискретной случайной величины. Найдите математическое ожидание и дисперсию распределения дискретной случайной величины.

1.

x	-3	-2	-1	0	2	4	5
p	$\frac{11}{70}$	$\frac{19}{70}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{14}$

2.

x	-8	-4	-2	0	2	6	8
p	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{1}{40}$

2.

x	-3	-2	0	1	2	4	5
p	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Вариант 3

Даны законы распределения дискретной случайной величины. Найдите математическое ожидание и дисперсию распределения дискретной случайной величины.

1.

x	-4	-2	-1	0	1	2	5
p	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{2}$

2.

x	-5	-2	-1	0	1	2	3
p	$\frac{1}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{7}{25}$

Вариант 4

Даны законы распределения дискретной случайной величины. Найдите математическое ожидание и дисперсию распределения дискретной случайной величины.

1.

x	-5	-4	-3	-2	0	1	2
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{10}$

2.

x	-2	-1	0	2	4	7	11
p	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{5}{22}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{7}{22}$	0

Критерии оценки:

Оценка «отлично» ставится, если:

работа выполнена полностью;

в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;

в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «хорошо» ставится, если:

работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «удовлетворительно» ставится, если:

допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Групповые и индивидуальные творческие задания (презентации)

Тематика презентаций:

1. Комплексные числа, действия над комплексными числами.
2. Применение производной функции.
3. Применение теории вероятностей и математической статистики в различных областях науки и техники.

Подготовка презентаций:

Для подготовки презентаций используйте дополнительные источники литературы: справочную, научно-популярную, нормативную, Интернет-ресурсы. Вам понадобятся иллюстративные материалы: фотографии, схемы, рисунки и другое.

При оформлении презентации воспользуйтесь следующими советами:

1. 1-й слайд: Название темы, исполнитель презентации.
2. 2-й слайд – актуальность темы.
3. 3-й –n-й слайды: краткое описание проблемы в виде тезисов (не более 6 тезисов на слайде, не более 6 слов в тезисе)
4. Предпоследний слайд – выводы и рекомендации.
5. Последний слайд – использованная литература.
6. Иллюстрации и фотографии – по одной на каждом слайде, подписи внизу картинки.
7. Графики и диаграммы – по одной на каждом слайде, не более 4-х контрастных цветов, которые между собой сочетаются.
8. При выборе фона слайдов отдайте предпочтение пастельным тонам, при выборе шрифтов избегайте витиеватых, готических и других трудно читаемых, цвет шрифта – темный (черный, коричневый или темно-синий). Фон слайда и шрифт контрастных цветов.

1. Индивидуальные творческие задания (сообщения)

Тематика сообщений:

1. Значение математики в профессиональной деятельности.
2. Множества, операции над множествами. Отношения и их свойства.
3. Основные понятия теории графов.
4. Элементы комбинаторики. События, виды событий, вероятность событий.

Подготовка сообщений:

Для подготовки сообщения по заданной теме необходимо использовать дополнительные источники. Вы можете обратиться к изданиям периодической печати, энциклопедиям и справочникам, а так же воспользоваться Интернет-ресурсами.

Подготовьте свое сообщение по следующей схеме:

1. Актуальность темы
2. Основная часть (описание объекта или процесса; проблема и способы ее решения)
3. Заключение, в котором отражены: выводы по теме, перспективы развития и применения.

Постройте свое выступление таким образом, чтобы за 5 – 7 минут вы смогли в сжатой форме осветить основные понятия, суть проблемы и выводы. Подготовьтесь к тому, что у аудитории или преподавателя могут возникнуть вопросы по данной теме, возможно, потребуются уточнения, разъяснения.

Критерии оценки:

Оценка «отлично» выставляется студенту, если:

в ходе выполнения творческого задания он ответил на все поставленные вопросы; ответы полные, развернутые; суждения связные и логичные; правильно сформулированы все необходимые определения; он демонстрирует усвоение всех необходимых знаний; выступление уверенное, работа оформлена в соответствии с требованиями.

Оценка «хорошо» ставится, если:
в ходе выполнения творческого задания обучающийся отвечает на 80 % всех вопросов, при этом все другие требования, предъявляемые к ответу на «отлично» выполнены в полной мере; в выполнении задания обучающийся отвечает на все вопросы, но одно из требований, предъявляемых к ответу на «отлично» не выполнено; допущены незначительные ошибки, которые не влияют на усвоение общего объема знаний; выступление уверенное, но иногда возникают паузы, что свидетельствует о проблемах с логикой изложения материала; оформление работы в целом соответствует требованиям.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если:
в ходе выполнения творческого задания обучающийся отвечает правильно не менее, чем на 60 % вопросов; ответы правильные, но неполные или некорректно сформулированы; имеются недостатки в систематизации и обработке полученных результатов исследования; основные знания усвоены частично; выступление неуверенное; на вопросы преподавателя или обучающихся отвечает несвязно, или ответ выстроен некорректно; оформление работы имеет значительные недостатки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если:
в ходе выполнения творческого задания обучающийся не ответил на большую часть вопросов; ответы неправильные, сформулированы некорректно; необходимые знания не усвоены; выступление неуверенное, отсутствует логика в изложении материала.

Практическое занятие «Множества и отношения. Операции над множествами»

Цель: познакомиться с основными понятиями и методами дискретной математики научиться решать прикладные задачи по изученной теме.

План работы:

- 1) Изучение литературных источников;
- 2) Сравнительный анализ полученной информации.
- 3) Отбор информации для практического занятия.
- 4) Решение упражнений по теме.
- 5) Вывод.
- 6) Литература для самоподготовки.

Ход работы:

1) Даны множества

$$A = \{1, 2, 3, 4, 8, 12\}, B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

Установите соответствие между следующими множествами необходимыми для их получения операциями над множествами A и B.

1. $\{2, 4, 8\}$

2. $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12\}$

3. $\{1, 3, 12\}$

2) Выберите утверждение о числовых множествах которое является истинным

— Множество целых чисел является подмножеством множества действительных чисел.

— Интервал $(-4; 0)$ является подмножеством отрезка $[-3; 1]$.

— Отрезок $[1; 12)$ является подмножеством промежутка $(1; 10]$

— Множество рациональных чисел является подмножеством множества иррациональных чисел.

3) С помощью диаграммы Эйлера - Венна изобразите множество

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Пусть $A=\{1,3\}$, $B=\{2,3,4\}$, $C=\{2,4\}$, $U=\{1,2,3,4\}$

Найти: $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $(B \setminus C) \cap A$.

4) С помощью диаграммы Эйлера-Венна изобразите множества

$$A \cup (B \cap C)$$

—Множество иррациональных чисел является подмножеством множества целых чисел.

—Промежуток $(-14;3]$ является подмножеством отрезка $[-15;0]$

—Интервал $(-12;13)$ является подмножеством отрезка $[-13;15]$

16) Даны множества $A=\{5,10,15,20\}$ $B=\{3,6,9,12,15\}$

Установите соответствие между следующими множествами и необходимыми для их получения операциями над множествами A и B

$$A \cup B = \{3,5,6,9,10,12,15,20\}$$

$$A \cap B = \{5,10,15\}$$

$$A \setminus B = \{15\}$$

Литература для самоподготовки.

1. Материал лекции.

2. В.П. Омельчико. «Математика» Ростов-на-Дону. «Феникс» 2008 г.

3. А.А. Дадаян., «Математика». Москва 2008г.

Практическое занятие

«Комплексные числа и действия над ними.

Решение профессиональных задач с помощью комплексных чисел».

Цель: «Научиться выполнять на практике действия над комплексными числами.

Применять комплексные числа при решении профессиональных задач».

План работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Практическая часть.
3. Вывод.
4. Литература для самоподготовки.

Ход работы:

- 1 Изучение теоретического материала.

Определение. **Комплексным числом** называется пара действительных чисел с установленным порядком следования $Z=(a, b)$,

$A=Re(z)$ - **Действительная часть** комплексного числа,

$B=Im(z)$ - **Мнимая часть**.

Действительные числа включаются в множество комплексных чисел.

Примеры: $A=(A,0)$ - вещественное число, $(0,B)$ - чисто мнимое число,

$(0,1)=I$ - мнимая единица.

$0=(0,0)$, $-1=(-1,0)$, $-I=(0,-1)$.

Комплексные числа можно изображать точками на комплексной плоскости.

Действия с комплексными числами:

1) Равенство. $Z_1 = Z_2 \hat{=} A_1 = A_2, B_1 = B_2$.

Операция сравнения Не определена!!!

2) Сложение. $Z_1 + Z_2 = (A_1 + A_2, B_1 + B_2)$

$(A, 0) + (0, B) = (A, B)$ – всякое комплексное однозначно разлагается на сумму чисто действительного и чисто мнимого чисел.

3) Умножение. $z_1 \bullet z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2, a_1 b_2 + b_1 a_2)$.

$B \cdot I = (B, 0) \cdot (0, 1) = (0, B)$.

В алгебраическая форма записи комплексного числа

$Z = (A, 0) + (0, B) = A + Ib = \text{Re}(Z) + I \cdot \text{Im}(Z)$.

Пример: $I \cdot I = -1$

В алгебраические операции с комплексными числами можно совершать, как с обычными многочленами, помня, что $I^2 = -1$.

Договоримся, всякий ответ доводить до *алгебраической формы* записи комплексного числа, если не оговорено обратное.

4) Комплексное сопряжение.

$Z = (A, B) = A + Ib; Z^* = (A, -B) = A - Ib$.

Полезно: $\text{Re}(Z) = (Z + Z^*) / 2; \text{Im}(Z) = (Z - Z^*) / 2I$.

Некоторые свойства.

A) $(Z_1 \pm Z_2)^* = Z_1^* \pm Z_2^*$;

B) $(Z^*)^* = Z$;

C) $z \cdot z^* = (A + Ib)(A - Ib) = A^2 + B^2 \hat{=} \text{Real}$

Обратные операции.

5) Вычитание. $Z_1 - Z_2 = (A_1 - A_2, B_1 - B_2)$.

6) Деление $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i \frac{b_1 a_2 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2}$

Примеры. $(2+I)/(1+2I) = (2+I)(1-2I)/(1+4) = 0.8 - 0.6I$;

$1/I = -I$.

7) Возведение в целую степень.

Примеры:

a) $I^2 = -1$;

b) $i^n = \begin{cases} 1, & n = 4k \\ i, & n = 4k + 1 \\ -1, & n = 4k + 2 \\ -i, & n = 4k + 3 \end{cases}, k = 0, 1, 2, \dots$

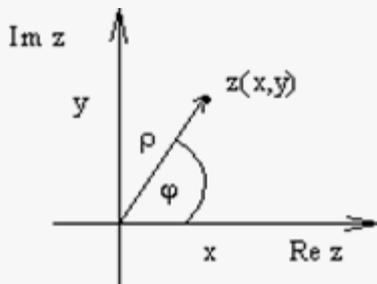
B) $Z^2 = (A+Ib)^2 = A^2 + 2Iab - B^2 = (A^2 - B^2) + I 2Ab$; $\text{Re}(Z^2) = (A^2 - B^2), \text{Im}(Z^2) = 2Ab$.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел

$Z = (X, Y) = X + iY$ — точка плоскости (X, Y) . Комплексная плоскость:

Ось абсцисс $\text{Re}(Z)$, $\text{Im}(Z)$ — действительная ось

Ось ординат $\text{Im}(z)$, $\text{Re}(Z)$ — мнимая ось



Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа

Перейдя на комплексной плоскости к полярным координатам

$(X, Y) \Leftrightarrow (r, j)$, где $X=r \cos j$, $Y=r \sin j$, получим **Тригонометрическую форму записи числа** $z=r(\cos j + i \sin j)$

Здесь

$r = \sqrt{X^2 + Y^2} = |z| = \sqrt{(\text{Re } Z)^2 + (\text{Im } Z)^2}$ — **Модуль комплексного числа**,

$\text{Tg } j = Y/X$; $j = j_0 + 2\pi k$ — **Аргумент комплексного числа**.

$\text{Arg } Z = \arg Z + 2\pi k$, $0 \leq \arg Z < 2\pi$.

Для комплексного числа $0=(0,0)$ модуль равен 0, а аргумент не определен.

Тригонометрическую и показательную форму записи комплексного числа связывает **Формула Эйлера**

$$Z = r(\cos j + i \sin j) = r e^{ij}$$

Эта формула определяет экспоненту в мнимой степени (ее не нужно доказывать).

Примеры

- $Z=1$: $|1|=1$, $\arg 1=0$; $1=1(\cos 0 + i \sin 0) = 1e^{i0}$;
- $Z=i$: $|i|=1$, $\arg i=\pi/2$; $i=1(\cos \pi/2 + i \sin \pi/2) = 1e^{i\pi/2}$;
- $Z=-1$: $|-1|=1$, $\arg(-1)=\pi$; $-1=1(\cos \pi + i \sin \pi) = 1e^{i\pi}$;
- $Z=-i$: $|-i|=1$, $\arg(-i)=3\pi/2$; $-i=1(\cos 3\pi/2 + i \sin 3\pi/2) = 1e^{i3\pi/2}$;
- $Z=1+i$: $|1+i|=\sqrt{2}$, $\arg(1+i)=\pi/4$; $1+i=\sqrt{2}(\cos \pi/4 + i \sin \pi/4) = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$;
- $Z=e^{ij}$: $|e^{ij}|=1$, $\arg(e^{ij})=j$; $e^{ij}=1(\cos j + i \sin j)$;
- $Z=-e^{ij}$: $|-e^{ij}|=1$, $\arg(-e^{ij})=j+\pi$; $-e^{ij}=1(\cos(j+\pi) + i \sin(j+\pi)) = e^{i(j+\pi)}$

Геометрическая интерпретация сложения и умножения.

Сложение двух комплексных чисел можно рассматривать как сложение двух векторов на плоскости. Это выполнено:

Неравенство треугольника

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|.$$

В частности $|a + ib| \leq |a| + |b|$

$|z_1 - z_2|$ - **Расстояние** между z_1 и z_2 на комплексной плоскости.

Простейшие множества точек на комплексной плоскости.

А) $|z - z_0| = a$ ($a > 0$) - окружность с центром в точке z_0 радиуса A ;

Б) $|z - z_0| < a$ ($a > 0$) - открытый круг с центром в точке z_0 радиуса A ;

В) $|z - z_0| > a$ ($a > 0$) - внешность открытого круга с центром в точке z_0 радиуса A ;

Г) $A < |z - z_0| < b$ ($0 < a < b$) - открытое кольцо с центром в точке z_0 ;

Д) $\arg(z - z_0) = j$ - луч, с началом в точке z_0 , идущий под углом j к положительной действительной оси.

Е) $a < \arg(z - z_0) < b$ - внутренность неограниченного открытого сектора с вершиной в точке z_0 и углом раствора $b - a$.

Ж) $\operatorname{Re} z = a$ - прямая, || мнимой оси, проходящая через точку $(a, 0)$;

З) $\operatorname{Im} z = b$ - прямая, || действительной оси, проходящая через точку $(0, b)$;

При Умножении двух комплексных чисел их **Модули перемножаются** (растяжение или сжатие), а **Аргументы складываются** (поворот на плоскости).

$$z_1 = A_1 + iB_1 = r_1 e^{i\alpha}; \quad z_2 = A_2 + iB_2 = r_2 e^{i\beta};$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 e^{i(\alpha + \beta)} \Rightarrow |z_1 z_2| = |z_1| |z_2|; \quad \arg(z_1 z_2) = \arg z_1 + \arg z_2.$$

При Делении двух комплексных чисел их **Модули делятся** (модуль знаменателя $\neq 0$), а **вычитаются**.

$$z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) e^{i(\alpha - \beta)} \Rightarrow |z_1 / z_2| = |z_1| / |z_2|; \quad \arg(z_1 / z_2) = \arg z_1 - \arg z_2.$$

Алгебраической формой записи комплексных чисел удобно пользоваться при операциях вычитания, а показательной - при умножении, делении, возведении в целую степень, извлечении корня (возведение в рациональную степень).

Возведение в целую степень.

$$z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = [r e^{i\theta}]^n = r^n e^{in\theta} = r^n (\cos(n\theta) + i \sin(n\theta));$$

Мы вывели

$$\text{Формулу Муавра: } (\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta).$$

$$\text{Пример: } (1 + i)^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\pi/4}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}^3}{2^3} e^{i3\pi/4} = \frac{\sqrt{2}^3}{2^3} (\cos(3\pi/4) + i \sin(3\pi/4)) = -2 + 2i.$$

Задача 1. Найдите комплексные корни уравнения $z^2 = a$, если:

а) $a = -1$; б) $a = -25$; в) $a = -3$.

Решение

а) $z^2 = -1$.

Так как $i^2 = -1$, то это уравнение можно записать в виде $z^2 = i^2$ или $z^2 - i^2 = 0$.

Отсюда, раскладывая левую часть на множители, получаем $(z - i)(z + i) = 0$, откуда $z_1 = i$, $z_2 = -i$.

б) $z^2 = -25$.

Учитывая, что $i^2 = -1$, преобразуем это

уравнение: $z^2 = (-1) \cdot 25$, $z^2 = i^2 5^2$, $z^2 - 5^2 i^2 = 0$, $(z - 5i)(z + 5i) = 0$,

откуда $z_1 = 5i$, $z_2 = -5i$.

в) $z^2 = -3$.

Преобразуем $z^2 = i^2 (\sqrt{3})^2$, $z^2 - (\sqrt{3})^2 i^2 = 0$, $(z - \sqrt{3}i)(z + \sqrt{3}i) = 0$,

откуда $z_1 = \sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}i$.

Ответ: а) $\pm i$; б) $\pm 5i$; в) $\pm \sqrt{3}i$.

Задача 2. Найдите x и y , для которых $(2x + 3y) + (x - y)i = 2 + (2x + y)i$.

Решение

Получим и решим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ x - y = 2x + y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ x - 2x = y + y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 2, \\ x = -2y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(-2y) + 3y = 2, \\ x = -2y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: $(4; -2)$.

Задача 3. Решите уравнение $(2 - i)x + (5 + 6i)y = 1 - 3i$ относительно действительных переменных x и y .

Решение

Левую часть уравнения можно рассматривать, как некоторое неизвестное

комплексное число. Приведя его к виду $a + bi$, получаем уравнение равносильное

данному: $(2x + 5y) + (-x + 6y)i = 1 - 3i$. Так как два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части, приходим к системе:

1. Богомолов Н.В. Математика. М.: Дрофа, 2012
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. М.: Дрофа, 2012
3. Электронная библиотека.

Практическое занятие «Разложение подынтегральной функции в ряд».

Цель: «Научиться применять признак сходимости числового ряда по Даломберу на практике, раскладывать подынтегральную функцию в ряд. Применять числовые ряды при решении профессиональных задач».

План работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Практическая часть.
3. Вывод.
4. Литература для самоподготовки.

Ход работы:

- 1 Изучение теоретического материала.

Если функция функция $f(x)$ бесконечно дифференцируема в некоторой окрестности точки a . Формальный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x - a)^k$$

называется рядом Тейлора функции f в точке a .

То есть, Рядом Тейлора для функции $f(x)$ в окрестности точки a называется степенной ряд относительно двучлена $x - a$ вида

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x - a) + \frac{f''(a)}{2!} (x - a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n + \dots$$

В случае, если $a=0$, этот ряд также называется рядом Маклорена.

Для разложения функции в ряд Маклорена

нужно:

- 1) найти производные, и т.д.;
- 2) вычислить значение производных в точке $x=0$;
- 3) написать ряд для заданной функции, найти его интервал сходимости;
- 4) найти интервал, в котором остаточный член ряда Маклорена при. Если такой интервал существует, то в нем функция и сумма ряда Маклорена совпадают.

2. Практическая часть.

1. Выведем формулу разложения в ряд Маклорена для функции $f(x) = e^x$.

$$1) f'(x) = e^x, f''(x) = e^x \dots f^{(n)}(x) = e^x$$

$$2) \text{ при } x=0 \quad f(0) = 1, f'(0) = 1 \dots f^{(n)}(0) = 1$$

$$3) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots + R_n(x)$$

2. Разложение для функции $f(x) = \cos x$.

Вспользуемся свойством 3 степенных рядов.

Продифференцируем почленно ряд для $\sin x$, получим

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots; \quad x \in (-\infty; \infty)$$

3. Таблица разложения в ряд Маклорена некоторых элементарных функций.

$$1) e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots; \quad x \in (-\infty; \infty)$$

$$2) \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots; \quad x \in (-\infty; \infty)$$

$$3) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots; \quad x \in (-\infty; \infty)$$

$$4) (1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots + \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + \dots$$

(биномиальный ряд)

$$x \in \begin{cases} [-1; 1], m \geq 0 \\ (-1; 1], -1 < m < 0 < \\ (-1; 1], m \leq -1 \end{cases}$$

$$5) \frac{1}{(1-x)} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots; \quad x \in (-1; 1)$$

$$6) \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots; \quad x \in (-1; 1]$$

$$7) \arctg x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots; \quad x \in [-1; 1]$$

8)

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots ((2n-1))}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots; \quad x \in [-1; 1]$$

$$9) \quad \sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots; \quad x \in (-\infty; \infty)$$

$$10) \quad \cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots; \quad x \in (-\infty; \infty)$$

Примеры:

1) пользуясь таблицей получить разложение для функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
Воспользуемся биномиальным рядом

$$(1+u)^m = 1 + \frac{m}{1!}u + \frac{m(m-1)}{2!}u^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}u^3 + \dots$$

$$\frac{1}{1+x^2} = (1+x^2)^{-1} = 1 + \frac{(-1)}{1!}x^2 + \frac{(-1)(-1-1)}{2!}(x^2)^2 + \frac{(-1)(-1-1)(-1-2)}{3!}(x^2)^3 + \dots =$$

$$= 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \dots (-1)^k x^{2k} + \dots \quad x \in (-1; 1)$$

2) написать ряд Маклорена для функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$

Воспользовавшись 4-м свойством степенных рядов, проинтегрируем ряд для

функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, получим:

$$\int_0^x \frac{1}{1+x^2} dx = \int_0^x (1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \dots) dx$$

$$\operatorname{arctg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + \dots \quad x \in (-1; 1)$$

3. Вывод:

4. Литература для самоподготовки:

1. Богомолов Н.В. Математика. М.: Дрофа, 2012

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. М.: Дрофа, 2012

3. Электронная библиотека.

Практическое занятие «Основные понятия теории графов».

Цель: «Изучить историю возникновения понятия «граф». Научиться решать задачи, приводящие к понятию «графа». Изучить основные понятия теории графов. Научиться применять теорию графов при решении профессиональных задач».

План работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Практическая часть.
3. Вывод.
4. Литература для самоподготовки.

Ход работы:

1. Изучение теоретического материала.

История возникновения. Существует много различных подходов к определению графа. Отдельные авторы при определении графа исключают возможность введения нескольких рёбер, соединяющих одни и те же вершины. Другие исключают наличие петель, т.е. рёбер, соединяющих вершину саму с собой, а потом, чтобы определить графы, вводятся специальные термины типа мультиграф и т.п. Таким образом, в настоящее время всё ещё не сложилось единого стандарта терминологии теории графов. Поэтому если вы откроете новую книгу, то внимательно проследите за введёнными автором понятиями и определениями [1].

Одним из важнейших разделов дискретной математики является теория графов. С их помощью описывается сложное строение физических, химических, социальных и т.д. объектов. Графы широко используются в градостроительстве при проектировании сетей водо-, газо-, тепло-, электроснабжения и в экономике, например, в «сетевом» планировании.

Датой рождения этой теории можно считать 1736 год, когда была опубликована статья Леонарда Эйлера, посвящённая решению головоломки под названием «Задача о кёнигсбергских мостах». Долгое время методы, аналогичные эйлеровым, использовались для исследования подобных развлекательных задач. Но в XIX веке Г.Кирхгоф и А.Кэли нашли им более достойное применение. Первый с помощью графов стал описывать электрические, а второй – химические «цепи» и «деревья» [2].

Существующее название закрепилось за этой наукой с 1936 года,

после выхода в свет монографии венгерского математика Д.Кёнига.

Термин «граф» происходит от греческого слова «пишу». Он говорит о наглядной графической интерпретации основных понятий этой теории,

во-первых, и о тесной связи её с геометрией, во-вторых. И действительно,

этот раздел дискретной математики находится на стыке геометрии,

топологии, комбинаторики и ряда других математических дисциплин и интенсивно использует их методы [2].

Основные понятия: граф, вершина, ребро, дуга, неориентированный граф, орграф. Объектом исследований теории графов является «граф», который определяется следующим образом.

Определение. Графом называется совокупность точек (объектов) и соединяющих их линий (связей). Точки графа при этом называются его вершинами, а связывающие их линии – рёбрами.

Пусть в графе имеется N вершин p_n ($n=1, 2, \dots, N$) и M рёбер u_m ($m=1, 2, \dots, M$). Тогда, подразумевая под P и U множества всех вершин $P=(p_n)$ и рёбер $U=(u_m)$, графом называют совокупность этих двух множеств. В этом случае он обозначается символом $\Gamma(P, U)$.

Если для рёбер графа существенно положение соединяемых ими вершин, то он называется ориентированным. В противном случае – неориентированным. У ориентированного графа, т.е. орграфа или направленного графа, рёбра имеют начало и конец, будем также называть такие рёбра дугами.

Рёбра ориентированного графа отмечают двумя буквами, обозначающими точки начала и конца. Аналогичная символика используется, как известно, в векторном исчислении.

Конечный граф. В случае, когда числа вершин N и рёбер M конечны, граф называется конечным.

Особенности различных связей элементов графа имеют свои наименования.

Смежные вершины и ребра. Смежными называют 2 вершины, соединённые рёбрами, и рёбра, имеющие хотя бы одну общую вершину.

Степень или валентность вершины, правильный или однородный граф. Степенью или валентностью вершины p_n именуется число рёбер, соединяемых ею. Её обозначают символом $\rho(p_n)$.

Правильным или однородным r -валентным графом является граф, все вершины которого имеют одинаковую степень, $\rho(p_n)=r$ для всех n .

Правильный нулевой или несвязный граф. Нулевым или несвязным он называется тогда, когда множество U пусто, т.е. когда в графе нет рёбер. В этом случае он состоит из

одних вершин $\Gamma(P,)=P$.

Полный граф. Полный граф—это граф,каждая пара различныхвершин которого связана лишь одним ребром.

Петля, множественные рёбра, простой граф. Петля—линия, начинающаяся и заканчивающаяся в одной и той же вершине.

Множественные рёбра – совокупность нескольких линий, соединяющих одни и те же вершины. Простым называется граф, не имеющий петель и множественных рёбер.

Пояснение основных понятий на примере. Для пояснения введённых понятий рассмотрим граф, изображённый на рис. 1 [2].

Обозначим его $\Gamma(P,U)$, полагая $P = (p_n) (n= 1,2,\dots,8)$ и $U = (u_m) (m= 1,2,\dots,8)$. Очевидно, в нём $N = 8$ и $M=8$.

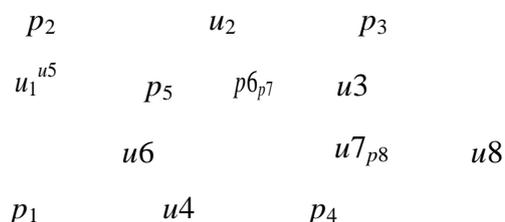


Рис. 1

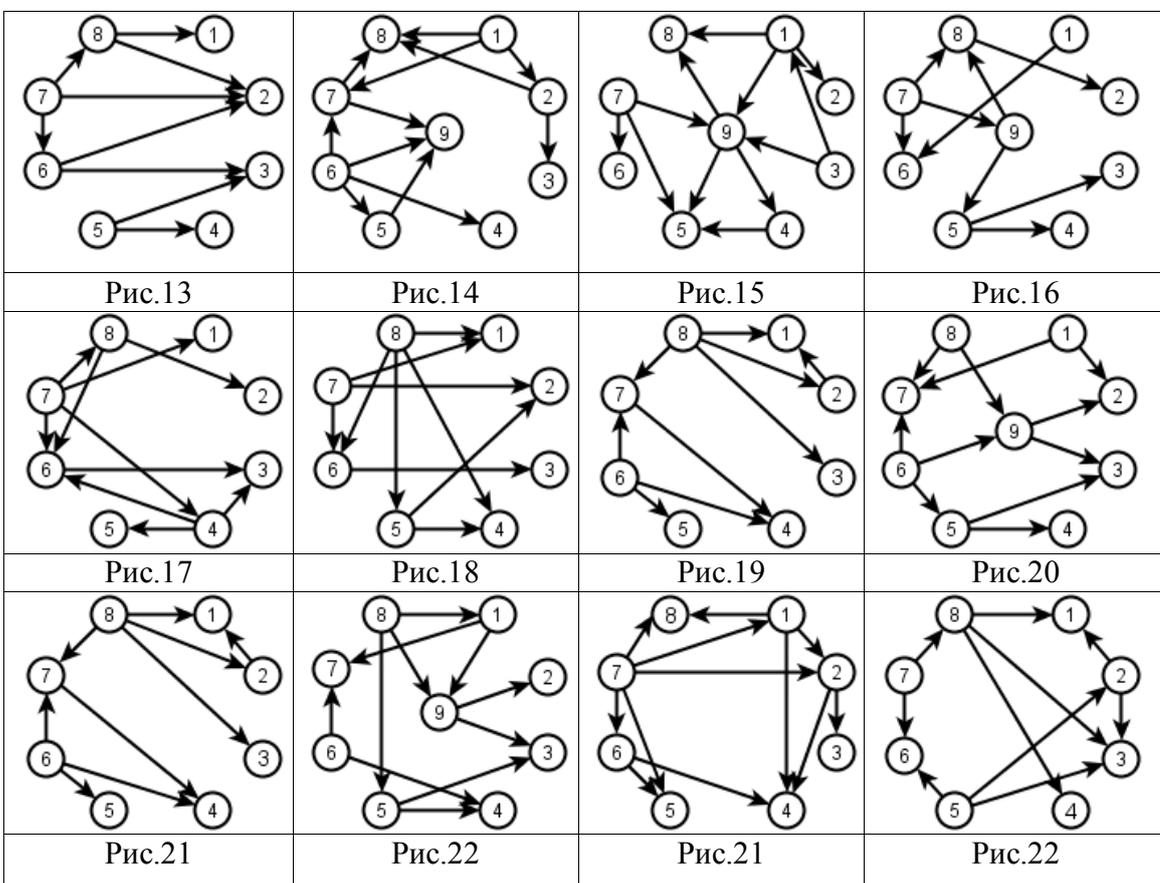
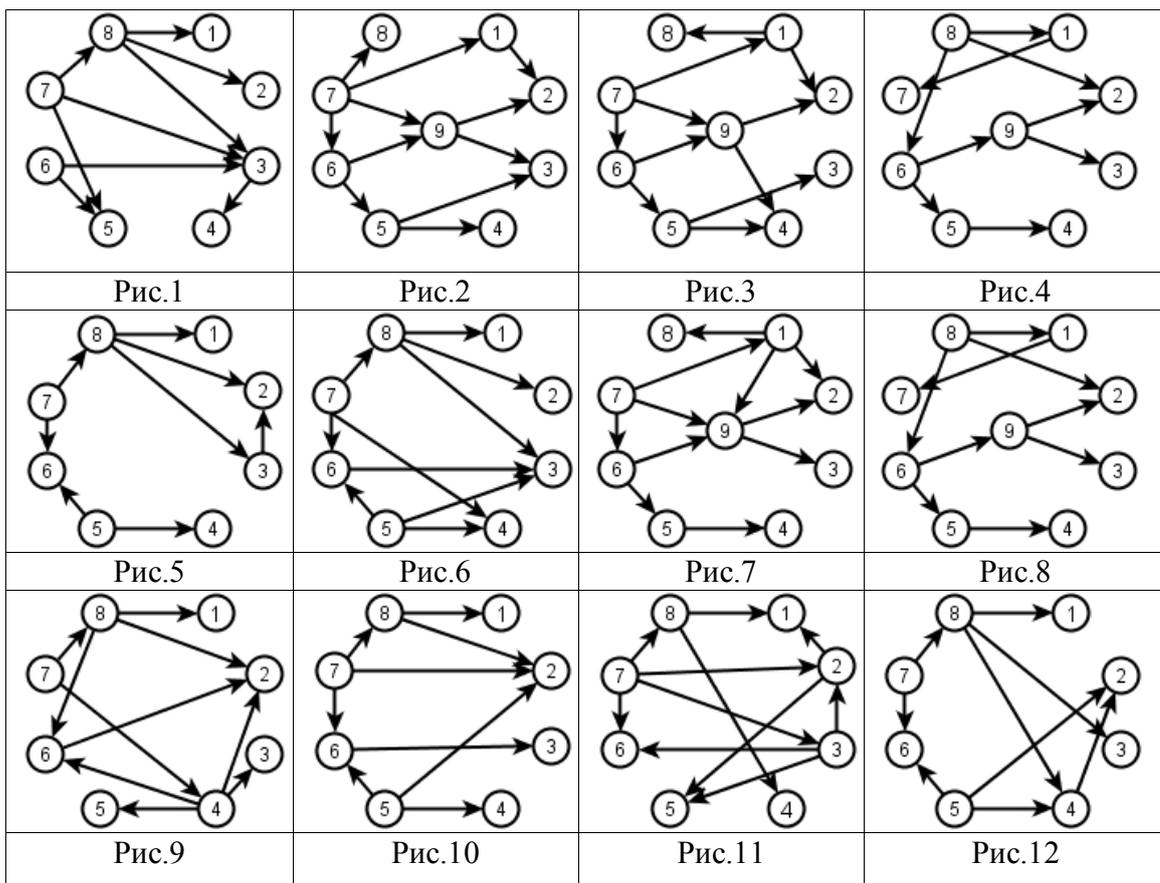
Примерами смежных вершин здесь могут служить пары точек (p_1 , p_2) и (p_2 , p_3) , соединённых рёбрами u_1 и u_2 соответственно. Смежными являются и пары рёбер (u_1, u_2) и (u_2, u_3) , имеющих общие вершины: p_2 для

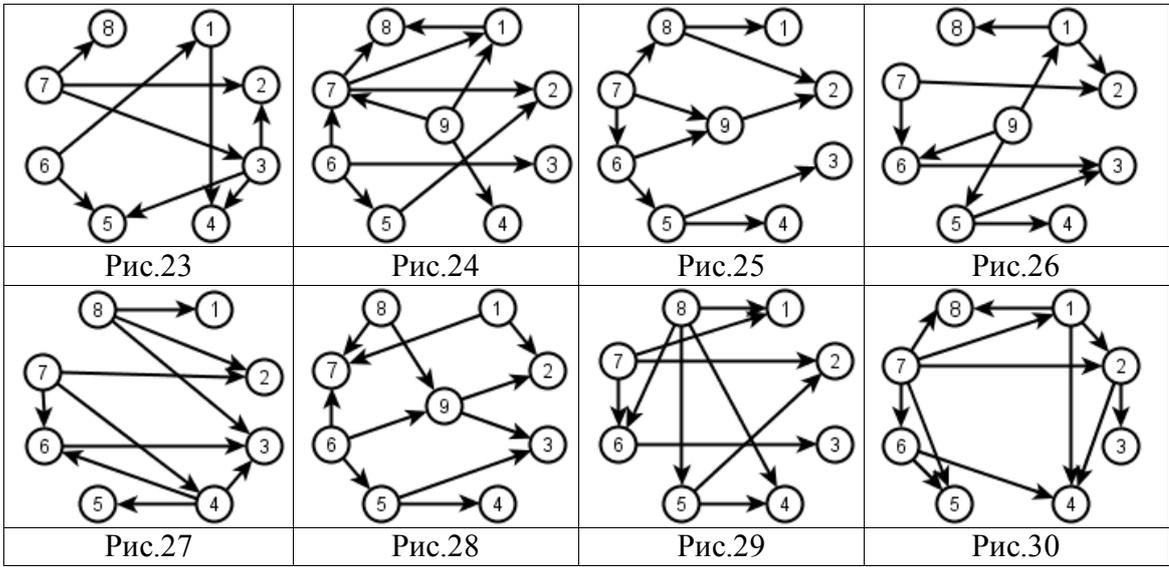
2.Практическая часть.

Определить степени вершин графов, изображенных на рис. и

количество ребер.

Рис.1	Рис.2	Рис.3	Рис.4	Рис.5	Рис.6	Рис.7
Рис.8	Рис.9	Рис.10	Рис.11	Рис.12	Рис.13	Рис.14
Рис.15	Рис.16	Рис.17	Рис.18	Рис.19	Рис.20	Рис.21





Практическое занятие «Производная функции»

1 вариант

1. Найдите производную функции.

а) $y = x^2 \sin 2x$.

б) $y = \sqrt{1 - 8 \sin \frac{x}{8}}$.

в) $y = tg^7 2x$.

г) $y = \sqrt{\sin^3 3x - 1}$.

д) $y = \frac{x^3}{1 - x^2}$.

2. При движении тела по прямой расстояние S

(в метрах) изменяется по закону $S(t) = t^2 + t + 2$.
 $S(t) = 0,5t^2 - 4t + 6$

Через сколько секунд после начала движения движения

Мгновенная скорость тела будет равна 5 м/с?

3. Напишите уравнение касательной к графику к графику

графику функции $f(x)$ в точке $x = a$.

$$f(x) = \frac{1}{x^4} + 3, a = 1.$$

4. Найдите абсциссу точки, в которой касательная которой касательная

к графику функции $f(x)$ параллельна данной прямой. данной прямой.

$$f(x) = x - \frac{1}{x^2}, y = 3x.$$

5. При каких значениях аргумента скорость

изменения функции $y = f(x)$ равна скорости скорости

изменения функции $y = g(x)$.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2, g(x) = 7,5x^2 - 16x.$$

6. Составьте уравнение касательной к графику к графику

функции $f(x)$ в точке $x = a$.

$$f(x) = \sin^3 2x, a = \frac{\pi}{12}.$$

7*** Найдите точку пересечения касательных к графику функции $y = x^2 - |2x - 6|$, проведённых

через точки с абсциссами $x = 5$, $x = -5$.

2 вариант

1. Найдите производную функции.

а) $y = x^3 \sin \frac{x}{3}$.

б) $y = \sqrt{1 + 7 \operatorname{tg} 2x}$.

в) $y = \cos^2(x^2)$.

г) $y = \sqrt{\cos^5 \frac{x}{5} - 1}$.

д) $y = \frac{x^2}{1 - x^3}$.

2. При движении тела по прямой

(в метрах) изменяется по закону

Через сколько секунд после начала

тело остановится?

3. Напишите уравнение касательной

графику функции $f(x)$ в точке $x = a$.

$$f(x) = \sqrt{3 - x}, a = -1.$$

4. Найдите абсциссу точки, в

к графику функции $f(x)$ параллельна

$$f(x) = \frac{1}{x^4} + 7, y = 4x.$$

5. При каких значениях аргумента

изменения функции $y = f(x)$ равна

изменения функции $y = g(x)$.

$$f(x) = x^3 - 3x^2, g(x) = 1,5x^2 - 9.$$

6. Составьте уравнение касательной

функции $f(x)$ в точке $x = a$.

$$f(x) = \cos^2 2x, a = \frac{\pi}{8}.$$

Практическое занятие

«Применение производной к исследованию функции»

1 ВАРИАНТ

1. Найдите критические, стационарные точки и стационарные точки и точки экстремума функции.

а) $y = x^8(x-1)$.

б) $y = |x-3| - 2$.

2. При каких значениях параметра p функция p функция

$y = \frac{5}{3}x^3 + px^2 + 5x - 14$ возрастает на всей на всей числовой прямой.

3. Найдите множество значений функции функции

$$y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}.$$

4. Длина, ширина и высота прямоугольного треугольника

параллелепипеда с квадратным основанием длины сторон составляет в сумме 36 см. Чему равен наибольшей объём такого параллелепипеда? сторонах,

5. При каком значении параметра параметра

p уравнение $x^3 + x^2 - x = p$ имеет три корня. ровно два

6. Построить график функции.

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

2 ВАРИАНТ

1. Найдите критические, точки экстремума функции.

а) $y = x^7 - 3x$.

б) $y = |2-x| + 3$.

2. При каких значениях параметра

$y = -x^3 + px^2 - 3x + 16$ убывает числовой прямой.

3. Найдите множество значений

$$y = \sqrt{3-x} + \sqrt{x-1}.$$

4. Площадь прямоугольного

8 см^2 . Каким должны быть треугольника, чтобы квадратов, построенных на его была наименьшей?

5. При каком наименьшем значении

n уравнение $x^3 + 6x^2 = n$ имеет корня.

6. Построить график функции.

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}.$$

Практическое занятие

«Первообразная и интеграл»

1 Вариант.

A1. Определите функцию, для которой $F(x) = x^2 - \sin 2x - 1$ является первообразной:

1.) $f(x) = \frac{x^3}{3} + \cos 2x + x$; 2) $f(x) = 2x - 2\cos 2x$; 3) $f(x) = 2x + \frac{1}{2} \cos 2x$; 4) $f(x) =$

$\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} \cos 2x + x$.

A2. Найдите первообразную для функции. $F(x) = 4x^3 + \cos x$

1) $F(x) = 12x^2 - \sin x + c$; 2) $F(x) = 4x^3 + \sin x + c$; 3) $F(x) = x^4 - \sin x + c$; 4) $F(x) = x^4 + \sin x + c$.

A3. Для функции $f(x) = x^2$ найдите первообразную F , принимающую заданное значение в за данной точке $F(-1) = 2$

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2\frac{1}{3}$; 2) $F(x) = 2x + 2\frac{1}{3}$; 3) $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 2\frac{1}{3}$; 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2\frac{1}{3}$.

A4. Точка движется по прямой так, что её скорость в момент времени t равна $V(t) = t + t^2$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 сек, если скорость измеряется в м /сек.

1) 18 м; 2) $12\frac{1}{3}$ м; 3) $17\frac{1}{3}$ м; 4) 20 м.

A5. Вычислите $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 x} dx$ 1) $6\sqrt{3}$; 2) 6; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $3\sqrt{3}$.

A6. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = -x^2 + 3$ и $y = 0$

1) $4\sqrt{3}$; 2) $6\sqrt{3}$; 3) $9\sqrt{3}$; 4) $8\sqrt{3}$.

A7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{1}{2}x$

1) 2; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{2}{3}$; 4) $1\frac{2}{3}$.

A8. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 2 - x^2$, касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x = -1$ и прямой $x = 0$

1) $1\frac{2}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{1}{3}$.

B1. Вычислите $\int_2^4 4x dx$

B2. Найдите сумму абсцисс точек пересечения графиков функции $y = (x - 1)(x + 2)$ и её первообразной, если одна из этих точек находится на оси ординат.

C1. Найдите ту первообразную функции $f(x) = 3x - 1$, для которой уравнение $F(x) = 5$ имеет единственный корень.

2 Вариант.

A1. Определите функцию, для которой $F(x) = -\cos \frac{x}{2} - x^3 + 4$ является первообразной:

1) $f(x) = -\sin \frac{x}{2} - 3x^2$; 2) $f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} - 3x^2$; 3) $f(x) = -\frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} - 3x^2$; 4) $f(x) = 2\sin \frac{x}{2} - 3x^2$.

A2. Найдите первообразную для функции $f(x) = x^2 - \sin x$

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + c$; 2) $F(x) = 2x - \cos x + c$; 3) $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + c$; 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} + \sin x + c$.

A₃ Для функции $f(x) = 2x - 2$ найдите первообразную F , график которой проходит через точку $A(2;1)$

- 1) $F(x) = -x^2 - 2x - 1$; 2) $F(x) = x^2 + 2x + 2$; 3) $F(x) = 2x^2 - 2$; 4) $F(x) = x^2 - 2x + 1$.

A₄ Точка движется по прямой так, что её скорость в момент времени t равна $V(t) = 3 + 0,2t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 7 сек., если скорость измеряется в м/сек

- 1) 22, 8 м; 2) 29 м; 3) 23 м; 4) 13 м.

A₅ Вычислите $\int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{6} dx$ 1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; 2) $3\sqrt{3} - 3$; 3) 0; 4) $3 - 3\sqrt{3}$.

A₆ Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = 2x^2$, $y = 0$, $x = 2$

- 1) $5\frac{2}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $5\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$.

A₇ Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5 - x^2$, $y = 1$

- 1) 16; 2) $5\frac{1}{3}$; 3) $11\frac{1}{3}$; 4) $10\frac{2}{3}$.

A₈ Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^2 + 3$, касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x = 1$ и прямой $x = 0$.

- 1) $2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$.

B₁ Вычислите $\int_1^4 (x^2 - 6x) dx$

B₂ Найдите сумму абсцисс точек пересечения графиков функции $y = (x - 3)(x + 2)$ и её первообразной, если одна из этих точек находится на оси ординат.

C₁ Найдите ту первообразную функции $f(x) = 2x + 5$, для графика которой прямая $y = 7x - 3$ является касательной.

Практическое занятие

«Решение задач на расчёт количества выборов»

1 вариант.

1. Решите уравнение: $A_x^4 \cdot P_{x-4} = 42 \cdot P_{x-2}$
2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?
3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?
4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?
5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

2 вариант.

1. Решите уравнение: $P_{x+5} = 240 \cdot P_{x-c} \cdot A_{x+3}^{c+3}$
2. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?
3. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?
4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
5. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

3 вариант.

1. Решите уравнение: $P_{n+2} = 132 \cdot A_n^m \cdot P_{n-m}$
2. Сколькими способами можно составить список из шести человек?
3. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9?
4. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
5. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для генеральной уборки класса требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

4 вариант.

1. Решите уравнение: $12 \cdot C_{n+3}^{n-1} = 55 \cdot A_{n+1}^2$
2. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?
3. Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется восемь учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

4. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?
5. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

Билеты для дифференцированного зачёта:

Билет №1

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 1} -1 \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int (x - 1)(x + 4) dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №2

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = 2 \lg x - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_2^3 x^3 dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №3

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{3x^4 + 2x^2 - 1}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{6x^4 - 7x^3 + x^2 - 5x + 3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}) dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(xy^2 - y^2) dx - (x^2y + x^2) dy = 0$

Билет №4

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : $y = (3x - 2)(7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int_1^3 \sqrt{x^2 (8\sqrt[3]{x} - 1)} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}) dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(e^{x-y} - e^{-y}) dx + (e^{x+y} + e^x) dy = 0$

Билет №5

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 1} -1 \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3} \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int (x - 1)(x + 4) dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №6

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = 2 \lg x - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_2^3 x^3 dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №7

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{3x^4 + 2x^2 - 1}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{6x^4 - 7x^3 + x^2 - 5x + 3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}) dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(xy^2 - y^2) dx - (x^2y + x^2) dy = 0$

Билет №8

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : $y = (3x - 2)(7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int_1^3 \sqrt{x^2 (8\sqrt[3]{x} - 1)} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}) dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(e^{x-y} - e^{-y}) dx + (e^{x+y} + e^x) dy = 0$

Билет №9

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 1} -1 \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3} \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int (x - 1)(x + 4) dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №10

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = 2 \lg x - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_2^3 x^3 dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №11

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 1}{3x^4 + 2x^2 - 1}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{6x^4 - 7x^3 + x^2 - 5x + 3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(xy^2 - y^2)dx - (x^2y + x^2)dy = 0$

Билет №12

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : $y = (3x - 2)(7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int_1^3 \sqrt{x^2(8\sqrt[3]{x} - 1)} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(e^{x-y} - e^{-y})dx + (e^{x+y} + e^x)dy = 0$

Билет №13

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 1} -1 \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int (x - 1)(x + 4) dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №14

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = 2 \lg x - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1 - 6x + 4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_2^3 x^3 dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №15

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(xy^2 - y^2)dx - (x^2y + x^2)dy = 0$

Билет №16

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{(3x - 2)(7x + 4)}{x^2}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int_1^3 \sqrt{x^2(8\sqrt[3]{x} - 1)} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(e^{x-y} - e^{-y})dx + (e^{x+y} + e^x)dy = 0$

Билет №17

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{\sin x + 1}{\lg x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int (x - 1)(x + 4) dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №18

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = 2 \lg x - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_2^3 x^3 dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $\ln x \cdot \sin^3 y dx + x \cdot \cos y \cdot dy = 0$

Билет №19

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$
2. Найти производную и дифференциал : $y = \frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(xy^2 - y^2)dx - (x^2y + x^2)dy = 0$

Билет №20

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : $y = (3x - 2)(7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $\int_1^3 \sqrt{x^2(8\sqrt[3]{x} - 1)} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}})$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :
 $(e^{x-y} - e^{-y})dx + (e^{x+y} + e^x)dy = 0$