ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)**

Рославльский ж.д. техникум - филиал ПГУПС

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала
______________ Н.А. Кожанов
«31» августа 2017г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для специальности
23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог

Рославль
2017

Реквизиты фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств разработан в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по программе подготовки специалистов среднего звена (ФГОС СПО по ППССЗ) по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог,

утвержденного приказом Минобрнауки России от 28. 07.2014г. N 834.

Оценка качества освоения ППССЗ включает текущий контроль успеваемости, промежуточную и государственную итоговую аттестации обучающихся. С этой целью создается фонд оценочных средств, который позволяет установить соответствие персональных достижений обучающихся поэтапным требованиям соответствующей ППССЗ (текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация) и позволяет оценить умения, знания, практический опыт и освоенные компетенции.

Фонды оценочных средств для проведения промежуточной аттестации по учебным дисциплинам и междисциплинарным курсам в составе профессиональных модулей разрабатываются и утверждаются филиалом, а для промежуточной аттестации по профессиональным модулям и для государственной итоговой аттестации - разрабатываются и утверждаются филиалом после предварительного положительного заключения работодателей.

В фонд оценочных средств по специальности сформирован из фондов оценочные средства (материалов) по учебным дисциплинам, профессиональным модулям, практикам и государственной итоговой аттестации в соответствии с учебным планом по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог

,утвержденного на 2017/18 учебный год:

Фонд оценочных средств разработал преподаватель Гращенкова И.Н.

Содержание оценочных средств (материалов) рассмотрено и одобрено на заседании Учебно-методического совета филиала. Протокол №1 от 30 августа 2017г.

Председатель – заместитель директора филиала по учебно-воспитательной работе С.И. Лысков ____________

СОДЕРЖАНИЕ

1.Паспорт фонда оценочных средств 4

2.Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке 5

3. Оценка освоения учебной дисциплины 7

3.1. Формы и методы оценивания 10

3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины 12

1. Паспорт фонда оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины *Математика* обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию и общими компетенциями:

У1. Находить производные элементарных функций;

У2. Выполнять действия над комплексными числами;

У3. Вычислять погрешности результатов действия над приближенными числами;

У4. Решать простейшие уравнения и системы уравнений

З 1. Основные понятия и методы математического анализа;

З 2. Методику расчета с применением комплексных чисел;

З 3. Базовые понятия дифференциального и интегрального исчисления;

З 4. Структуру дифференциального уравнения;

З 5. Способы решения простейших видов уравнений;

З 6. Определения приближенного числа и погрешностей;

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3.Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

Формой аттестации по учебной дисциплине является ***дифференцированный зачёт***.

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Таблица 1.1

Результаты обучения: умения, знания и общие компетенции	**Показатели оценки результата**	**Форма контроля и оценивания**
Уметь:		
У 1. Находить производные элементарных функций; *ОК 2*. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество. *ОК 3*.Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	- Вычисление предела функции в точке и в бесконечности; - Исследование функции на непрерывность в точке; - Нахождение производной функции; - Нахождение производных высших порядков; - Исследование функции и построение графика; - Нахождение неопределенных интегралов; - Вычисление определенных интегралов; - Находить силу тока как производную количества электричества - Формирование понимания глубокой общности в применении математического аппарата к широкому кругу разнообразных явлений природы. - Рационально распределять время на выполнение заданий.	Фронтальный опрос Практическая работа, контрольная работа Проверка самостоятельной внеаудиторной работы Тестирование
У 2. Выполнять действия над комплексными числа-	- Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминан-	

ми; *ОК 3*.Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	том; - Действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме - Представление с помощью комплексных чисел в теоретической электротехнике напряжения, токов, сопротивления, запись законов Ома, Кирхгофа. - Самоанализ и коррекция результатов собственной деятельности.	
У 3. Вычислять погрешности результатов действия над приближенными числами; *ОК 4*. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	- Действия над приближенными значениями чисел - Нахождение приближенного напряжения для данных моментов времени - Оценка данных и полученного результата	
У 4. Решать простейшие уравнения и системы уравнений. *ОК 8*. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	- Выбор способа решения систем линейных уравнений и неравенств - Определение метода решения для нахождения результатов профессиональных задач.	
Знать:		

З1. Основные понятия и методы математического анализа	- Классификация точек разрыва; - Бесконечно большие и бесконечно малые величины; - Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций - Перечисление табличных интегралов - Формулировка геометрического и механического смысла производной	Фронтальный опрос Практическая работа, контрольная работа Тестирование Математический диктант
З2. Методику расчета с применением комплексных чисел	- Формула Эйлера	
З3 Базовые понятия дифференциального и интегрального исчисления	- Виды дифференциальных уравнений; - Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой	
З4Структуру дифференциального уравнения	- Описание процессов в естествознании и технике с помощью дифференциальных уравнений	
З5 Способы решения простейших видов уравнений	- Линейные и квадратные уравнения; - Метод интервалов; - Метод подстановки	
З6Определения приближенного числа и погрешностей	- Применение формул приближенного вычисления	

3. Оценка освоения учебной дисциплины:

3.1. Формы и методы оценивания

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине *Математика*, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

При изучении учебной дисциплины предусмотрены следующие виды текущего контроля знаний обучающихся:

Тесты - контроль, проводимый после изучения материала, предполагает выбор и обоснование правильного ответа на вопрос;

Устный опрос – контроль, проводимый после изучения материала в виде ответов на вопросы, позволяет не только проконтролировать знание темы урока, но и развивать навыки свободного общения, правильной устной речи;

Письменный контроль – выполнением практических заданий по отдельным темам, позволяет выявить уровень усвоения теоретического материала и умение применять полученные знания на практике;

Итоговый контроль по дисциплине проводится в форме ***дифференцированного зачёта***, для подготовки к которому обучающие заранее знакомятся с перечнем вопросов по дисциплине.

№	Тип (вид) задания	Проверяемые знания и умения	Критерии оценки
1	Тесты	Знание основ математического анализа	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
2	Математический диктант	Знание таблиц производных, правил дифференцирования, таблицы интегралов	5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
3	Устный опрос	Знание правил нахождения пределов функции, определения производной; алгоритмов вычисления	За правильный ответ ставится положительная оценка

		площадей криволинейных трапеций и решения дифференциальных уравнения с разделяющимися переменными	
4	Практическая работа	Умения самостоятельно выполнять практические задания	Выполнение работы (не менее 80%) – положительная оценка
5	Самостоятельная работа студентов	Знания и умения, формируемые при изучении темы. Знание правил оформления рефератов, расчетных и расчетно-графических работ.	Положительная оценка ставится при соблюдении правильности расчетов и построении графиков.

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Таблица 2.2

Элемент учебной дисциплины	**Формы и методы контроля**					
	Текущий контроль		**Рубежный контроль**		**Промежуточная аттестация**	
	Форма контроля	**Проверяемые ОК, У, З**	**Форма контроля**	**Проверяемые ОК, У, З**	**Форма контроля**	**Проверяемые ОК, У, З**
Раздел 1 Основные понятия математического анализа			*Контрольная работа*	*У1,* *З1, З3, З4* *ОК2, ОК 3, ОК8*		
Тема 1.1. Основные понятия математического анализа	*Устный опрос* *Практическая работа* *Проверочная работа* *Самостоятельная внеаудиторная работа*	*У1, У4* *З1, З5*				
Тема 1.2 Дифференциальное исчисление	*Устный опрос* *Практическая работа* *Математический диктант* *Проверочная работа*	*У1* *З1* *З3*				
Тема 1.3. Инте-	*Практическая работа*	*У1*				

гральное исчисление	*Математический диктант* *Самостоятельная внеаудиторная работа*	*З1* *З3*				
Тема 1.4. Обыкновенные дифференциальные уравнения	*Устный опрос* *Практическая работа* *Проверочная работа* *Тестирование*	*У1* *З1* *З3* *З4*				
Раздел 2 Комплексные числа			*Тестирование*	*У1* *З2* *ОК 37*		
	Практическая работа *Самостоятельнаявнеаудиторнаяработа*	*У1* *З2* *ОК 37*				
Раздел 3 Элементы вычислительной математики			*Тестирование*	*У3* *З 6* *ОК 4*	*Экзамен*	*У1, У2, У3, У4* *З 1, З2, З3, З4, З5, З6* *ОК 2, ОК 3, ОК 4, ОК 8*
	Практическая работа *Самостоятельная работа*	*У3* *З 6* *ОК 4*				

3.2. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

3.2.1. Типовые задания для текущего контроля оценки знаний

Тема 1.1. Основные понятия математического анализа

Вычислить пределы функции

а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-7x-4}{3x^2-13x+4}$

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4-x}-2}{3x}$

в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{3x^3-x^2}$

Время выполнения – 40 мин.

Критерий оценки: «отлично» - 5 правильно найденных пределов

«хорошо» - 4 правильно найденных пределов

«удовлетворительно» - 3 правильно найденных предела

Тема 1.2 Дифференциальное исчисление

1. Математический диктант:

- ✓ Производная частного
- ✓ Производная линейной функции $y = kx + b$
- ✓ Производная $y = x^n$
- ✓ Производная $y = c$
- ✓ Производная $y = x^5 - 2x^2$

Критерии оценки:

за пять правильно написанных формул оценка – отлично;

за четыре правильно написанных формул оценка – хорошо;

за три правильно написанных формул оценка – удовлетворительно;

менее трех написанных формул оценка – неудовлетворительно;

2. Исследуйте функцию и постройте график:

1. $y = 3x^3 - x + 2$

Критерии оценки:

«Отлично» - ставится при правильном выполнении всех пунктов исследования функции с помощью дифференциального исчисления и при верно построенном графике данной функции;

«Хорошо» - ставится при наличии ошибок при исследовании функции с помощью дифференциального исчисления, но при верно построенном графике данной функции;

«Удовлетворительно» - ставится при незначительных, в основном вычислительных ошибках при исследовании функции с помощью дифференциального исчисления, и при недочетах на графике функции, не повлекших за собой больших изменений самого графика;

«Неудовлетворительно» - ставится при неправильном исследовании и неправильно построенном графике функции.

Тема 1.3. Интегральное исчисление

1. Математический диктант:

1. $\int x^n dx;$
2. $\int \cos x dx;$
3. $\int e^x dx$
4. $\int \frac{dx}{\cos^2 x};$
5. $\int dx;$
6. $\int \sqrt[4]{x} dx;$
7. $\int \cos 7x dx;$
8. $\int \frac{x^2 - 1}{x + 1} dx.$

Критерии оценки:

за восемь правильно написанных формул оценка – отлично;

за шесть или семь правильно написанных формул оценка – хорошо;

за четыре или пять правильно написанных формул оценка – удовлетворительно;

менее четырех написанных формул оценка – неудовлетворительно;

2. Найти неопределённые интегралы. Результат проверить дифференцированием:

1. $\int (12x+5)^7 dx$
2. $\int \frac{dx}{(6-3x)^4}$
3. $\int 3x(2x^2+1)dx$
4. $\int \sqrt[3]{(4x+7)}dx$
5. $\int (7x-2)^2 dx$

Тема 1.4. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Решить дифференциальные уравнения и найти частные решения, удовлетворяющие данным условиям:

а) $(2+y)dx=(x-1)dy$, $x=1$, $y=2$

б) $y''=3x-12x^2$, $x=1$, $y=2$, $y'=3$

в) $y''-y'-2y=0$, $x=0$, $y=-2$, $y'=5$

Раздел 2 Комплексные числа

Решить задачи:

1 Заданы комплекс напряжения $\mathrm{U} = 80 + \mathrm{j}60$ (В) и комплекс тока $\mathrm{I} = 3 \mp \mathrm{j}4$ (А).Определить угол сдвига фаз между током и напряжением.

2 Напряжение меняется по закону $\mathrm{U} = 340\sin(\omega\mathrm{t} + 62°)$ (В).Сопротивление r=1,6 Ом и $\mathrm{x_L}$=1,2 Ом соединены последовательно. Найти ток в цепи.

3Два генератора работают параллельно. Токи генераторов:$\mathrm{I_1} = 100\sin\ \omega\mathrm{t} + \frac{\pi}{6}$ и $\mathrm{I_2} = 100\sin\ \omega\mathrm{t} - \frac{\pi}{6}$.Найти выражение для суммарного тока.

Раздел 3 Элементы вычислительной математики

Решить задачи:

1 Найти напряжение$U_c = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ (В) для моментов времениt= 20с; 50с; 90с. лиU=100В, τ=50с

2 Ток в цепи изменяется по закону$I = 5 \cdot e^{-\frac{t}{0,01}}$ (А). Определить ток для моментов времениt= 0с; 0,001с; 0,005с; 0,01с.

IIЗадания в тестовой форме (пример)

1. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-2x^2+3x}{4-3x+x^2}$ равно:

- ∞

- 0
- $\dfrac{1}{4}$
- -2

2. Значение предела $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(2+x)(3+x)}{4-x^2}$ равно:

- $\dfrac{1}{4}$
- $-\dfrac{1}{4}$
- 0
- ∞

3. Производная функции $y = x^2 \cdot e^x$ имеет вид:

- $y' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$
- $y' = 2x \cdot e^x$
- $y' = 2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x$
- $y' = 2x + e^x$

4. Производная функции $y = \sin 8x$ имеет вид:

- $y' = 8\cos 8x$
- $y' = 8\sin 8x$
- $y' = -8\cos 8x$
- $y' = \cos 8x$

5. Вторая производная $y''(x)$ функции $y = x^2 - 3x + 1$ имеет вид:

- $y''(x) = 3$
- $y''(x) = 2$
- $y''(x) = 0$
- $y''(x) = 1$

6. Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^2 + 2x - 4$ в точке $x_0 = -1$ равен:

- -3

- 0
- 2
- -4

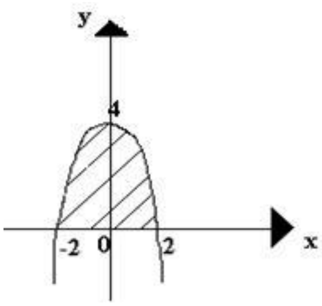
7. Множество всех первообразных функции $y = 2x$ имеет вид

- 2
- x^2
- $2x^2 + c$
- $x^2 + c$

8. Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен

- 17
- 16
- 15
- 36

9. Площадь криволинейной трапеции D определяется интегралом



- $\int_0^4 (4 - x^2) dx$
- $\int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$
- $\int_{-2}^0 (4 - x^2) dx$
- $\int_0^2 (4 - x^2) dx$

10. В результате подстановки $t = 3x + 2$ интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+2}}$ приводится к виду

- $\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$
- $\frac{1}{3} \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$
- $3 \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{t}}$

11. Дифференциальное уравнение $\cos y dx - x^2 dy = 0$ в результате разделения переменных сводится к уравнению

- $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{\cos^2 y}$
- $\frac{\cos y dx}{x^2} = dy$
- $\frac{dx}{x^2} = \frac{dy}{\cos^2 y}$
- $\cos y dx = x^2 dy$

12. В результате подстановки $y = u(x) \cdot v(x)$ уравнение $y' - \frac{y}{x} = e^x$ примет вид

- $u'v + u(v' - \frac{v}{x}) = e^x$
- $u' + v' - \frac{uv}{x} = e^x$
- $u'v - u(v' + \frac{v}{x}) = e^x$
- $u'v + \frac{uv}{x} = e^x$

Практическая работа (пример)

Практическое занятие «Вычисление пределов функции»

Цели практического занятия:

– продолжать формирование умений и навыков вычисления пределов;

– обобщение и закрепление правил вычисления пределов функций.

Форма организации – фронтальная

Студент должен

знать

– правила вычисления предела в точке и на бесконечности

уметь

– находить пределы вида

a) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x), x_0 \in d(f)$;

b) Дробей вида $\frac{c}{0}, \frac{0}{c}, \frac{0}{0}, \frac{c}{\infty}, \frac{\infty}{\infty}$;

c) Раскрывать неопределенность вида $\infty - \infty$.

Основные теоретические положения.

Правила нахождения пределов в точке:

1. если $f(x)$ непрерывна в x_0, то $\lim\limits_{x\to x_0} = f(x_0)$.

Пример $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{x-1} = 1$;

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6}{0} = \infty$. Таким образом $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{b}{0} = \infty$

3. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{x-8}{x^2} = \lim\limits_{x\to 3}\dfrac{0}{64} = 0$. Таким образом $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{0}{b} = 0$

4. Неопределенность вида $\dfrac{0}{0}$. При раскрытии неопределенности вида $\dfrac{0}{0}$, необходимо либо раскрыть скобки, либо домножить но сопряженное (если есть корень).

Примеры:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{x-1} = 4$;

b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} = \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x^2-16)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{(x-4)(x+4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)} = \lim\limits_{x\to 4}(x-4)(x+4) = 32.$

Правила нахождения пределов не бесконечности:

1) Предел многочлена при $x\to\infty = \infty$

Пример $\lim\limits_{x\to\infty}(2x^3+1) = \lim\limits_{x\to\infty}\left[x^3\cdot\left(2+\dfrac{1}{x^3}\right)\right] = \lim\limits_{x\to\infty}x^3\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\left(2+\dfrac{1}{x^3}\right) = \infty$

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{b}{\infty} = 0$ Пример: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5}{4x+1} = 0$

3) случай $\dfrac{\infty}{\infty}$. Чтобы раскрыть неопределённость вида $\dfrac{\infty}{\infty}$ надо числитель и знаменатель дроби разделить на высшую степень переменной.

Пример: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+5}{2x} = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\cdot\left(1+\dfrac{5}{x}\right)}{x\cdot 2} = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{5}{x}}{2} = \dfrac{1}{2}$

4) случай $\infty-\infty$. При раскрытии неопределённого вида $\infty-\infty$ нужно числитель и знаменатель дроби домножить на сопряжённое выражение.

Пример:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}\right)}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}} = \lim_{x\to\infty}\frac{6}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}} = \left(\frac{6}{\infty}\right) = 0$$

Задания для практического занятия на тему «Вычисление пределов функции»

$$\lim_{x\to 2}\frac{4x^2-7x-2}{5x^2-11x+2}$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2-5x+6}{x-1}$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$$
$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+2x-15}{x^2-9}$$
$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-5x+8}{x^2-x+4}$$
$$\lim_{x\to\infty}\frac{1-3x}{2x+3}$$
$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$$
$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-2x+2}{x+2}$$
$$\lim_{x\to -2}\frac{2x^2-3x+5}{x^2-x+2}$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$
$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{2x}$$
$$\lim_{x\to\infty}\frac{9x^2+3x-1}{x^2}$$
$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{x+1}$$
$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$$
$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{2-x}-1}$$

Ответить на вопросы:

1. Перечислить правила нахождения пределов функции в точке.
2. Перечислить правила нахождения пределов функции на бесконечности.

3.2.2. Типовые задания для оценки знаний рубежного контроля (пример)

Контрольная работа

1. Вычислить пределы:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{10x^2-x-6}{3x-x^3};\qquad \lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}};$$

2. Найти производную:

$$y=\frac{1+2x}{\sqrt{1-2x}};$$

3. Исследовать на экстремумы и выпуклость следующую функцию:

$$y=-x^3-6x^2+2x+6;$$

4. Найти следующие интегралы:

$$\int\sqrt[3]{(4-3x)^2}\,dx;\qquad \int\frac{x^3dx}{(5x^4+3)^5};\qquad \int tg^2x\,dx;$$

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=2x^2+1,\quad y=x^2+10;$$

Критерии оценки:

за пять правильно решенных заданий оценка – отлично;

за четыре правильно решенных заданий оценка – хорошо;

за три правильно решенных заданий оценка – удовлетворительно;

менее трех решенных заданий оценка – неудовлетворительно;

4. Контрольно-оценочные материалы для аттестации по учебной дисциплине

Оценка освоения дисциплины предусматривает ***дифференцированный зачёт.***

Вопросы к дифференцированному зачёту по курсу:

1. Что называется пределом функции.
2. Сформулируйте правила нахождения предела функции в точке.
3. Сформулируйте правила нахождения предела функции на бесконечности.
4. Производная функции. Дифференциал функции.
5. В чем заключается геометрический смысл производной?
6. Механический смысл производной.
7. Перечислите правила дифференцирования.
8. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
9. Неопределенный интеграл.
10. Основные свойства неопределенного интеграла.
11. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки);
12. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Основные свойства определенного интеграла.
14. Геометрический смысл определенного интеграла.
15. Методы вычисления определенных интегралов.
16. Физические приложения определенного интеграла
17. Определение комплексного числа.
18. Действительная и мнимая часть комплексного числа.
19. Действия над комплексными числами.
20. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
21. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
22. Методы решения дифференциальных уравнений.
23. Приближенные значения величин. Абсолютная и относительная погрешности.
24. Погрешности вычислений с приближенными данными.

Литература:

1. В.А. Гусев «Математика» М.; Дрофа, 2012г.
2. В.П. Омельченко «Математика» Ростов-на-Дону, «Феникс» 2008г.
3. И.Д. Пехлецкий «Математика» М.; Дрофа, 2012г.
4. В.А. Подольский «Сборник задач по математике» М.; «Высшая школа» 1999г.

5. А.Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа» М.; «Просвещение» 2001г.
6. А.А. Дадаян «Математика» Москва Форум-Инфра-М 2015г.

Практическое занятие «Множества и отношения. Операции над множествами»

Цель: познакомиться с основными понятиями и методами дискретной математики научиться решать прикладные задачи по изученной теме.

План работы:

1) Изучение литературных источников;
2) Сравнительный анализ полученной информации.
3) Отбор информации для практического занятия.
4) Решение упражнений по теме.
5) Вывод.
6) Литература для самоподготовки.

Ход работы:

1)Даны множества
A={1,2,3,4,8,12}, B={0,2,4,6,8,10}
Установите соответствие между следующими множествами необходимыми для их получения операциями над множествами А и В.
1.{2,4,8}
2.{0,1,2,3,4,6,8,10,12}
3.{1,3,12}

2) Выберите утверждение о числовых множествах которое является истинным
— Множество целых чисел является подмножеством множества действительных чисел.
—Интервал (-4;0) является подмножеством отрезка [-3;1].
—Отрезок [1;12) является подмножеством промежутка (1;10]
—Множество рациональных чисел является подмножеством множества иррациональных чисел.

3) С помощью диаграммы Эйлера - Венна изобразите множество
А (В С) = (А В) (А С)
Пусть A={1,3}, B={2,3,4}, C={2,4}, U={1,2,3,4}
Найти: А В; А В; А В; (В\С) А.

4) С помощью диаграммы Эйлера-Венна изобразите множества
А (В С)
—Множество иррациональных чисел является подмножеством множества целых чисел.
—Промежуток (-14;3] является подмножество отрезка [-15;0]
—Интервал (-12;13) является подмножеством отрезка [-13;15]

16)Даны множества A={5,10,15,20} B={3,6,9,12,15}
Установите соответствие между следующими множествами и необходимыми для их получения операциями над множествами А и В
А B={3,5,6,9,10,12,15,20}

A B={5,10,20}
A\B={15}

Литература для самоподготовки.

1. Материал лекции.
2. В.П. Омельчико. «Математика» Ростов-на-Дону. «Феникс» 2008 г.
3. А.А. Дадаян., «Математика». Москва 2008г.

Практическое занятие
«Комплексные числа и действия над ними.
Решение профессиональных задач с помощью комплексных чисел».

Цель: «Научиться выполнять на практике действия над комплексными числами. Применять комплексные числа при решении профессиональных задач».

План работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Практическая часть.
3. Вывод.
4. Литература для самоподготовки.

Ход работы:

1 Изучение теоретического материала.

Определение. ***Комплексным числом*** называется пара действительных чисел с установленным порядком следования *Z=(a, b),*

A=Re(z)- ***Действительная часть*** комплексного числа,

B=Im(z)- ***Мнимая часть***.

Действительные числа включаются в множество комплексных чисел.

Примеры: *A*=(*A*,0) - вещественное число, (0,*B*) - чисто мнимое число,

(0,1)=*I* - *мнимая единица.*

0=(0,0), -1=(-1,0), -*I*=(0,-1).

Комплексные числа можно изображать точками на комплексной плоскости.

Действия с комплексными числами:

1) Равенство. *Z*1=*Z*2 Û *A*1=*A*2, *B*1=*B*2.

Операция сравнения Не определена!!!

2) Сложение. *Z*1+*Z*2=(*A*1+*A*2,*B*1+*B*2)

(*A*,0)+(0,*B*)=(*A*,*B*) – всякое комплексное однозначно разлагается на сумму чисто действительного и чисто мнимого чисел.

3) Умножение. $z_1 \bullet z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2, a_1b_2 + b_1a_2)$.

B·*I*=(*B*,0)·(0,1)=(0,*B*).

Þ алгебраическая форма записи комплексного числа

Z =(*A*,0)+(0,*B*)= *A* + *Ib* = Re(*Z*) + *I*·Im(*Z*).

Пример: *I*·*I*=-1

Þ алгебраические операции с комплексными числами можно совершать, как с обычными многочленами, помня, что*I*2=-1.

Договоримся, всякий ответ доводить до *алгебраической формы* записи комплексного числа, если не оговорено обратное.

4) Комплексное сопряжение.

Z=(*A*, *B*)=*A* + *Ib*; *Z** = (*A*, -*B*) = *A* - *Ib*.

Полезно: Re(*Z*) = (*Z* + *Z**) / 2; Im(*Z*) = (*Z* - *Z**) / 2*I*.

Некоторые свойства.

A) (*Z*1 ± *Z*2)*= *Z*1* ± *Z*2*;

B) (*Z**)* = *Z*;

C) *z*· *z** = (*A* + *Ib*)(*A* - *Ib*) = *A*2 + *B*2ÎReal

Обратные операции.

5) Вычитание. *Z*1 - *Z*2 = (*A*1 - *A*2, *B*1 - *B*2).

6) Деление $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + ib_1}{a_2 + ib_2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i\frac{b_1a_2 - a_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}$

Примеры. (2+*I*)/(1+2*I*)= (2+*I*)(1-2*I*)/(1+4)=0.8-0.6*I*;

1/*I* = -*I*.

7) Возведение в целую степень.

Примеры:

а) *I*2 = -1;

б) $$i^n = \begin{cases} 1, & n = 4k \\ i, & n = 4k+1 \\ -1, & n = 4k+2 \\ -i, & n = 4k+3 \end{cases}, \quad k = 0,1,2,\ldots$$

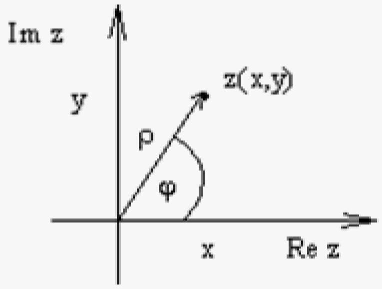
В) *Z*2 = (*A*+*Ib*)2 = *A*2 + 2*Iab* - *B*2 = (*A*2 - *B*2) + *I* 2*Ab* Þ ; Re(*Z*2)=(*A*2- *B*2), Im(*Z*2) = 2*Ab*.

Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Z = (*X*, *Y*) = *X* + *Iy* Û точка плоскости (*X*, *Y*). Комплексная плоскость:

Ось абсцисс Re(*Z*)¹0, Im(*Z*)º0 - *действительная ось*

Ось ординат Im(z)¹0, Re(*Z*)º0 - *мнимая ось*



Тригонометрическая и показательная формы записиси комплексного числа

Перейдя на комплексной плоскости к полярным координатам

(*X*,*Y*) <=> (r, j), где *X*=r cos j, *Y*=r sin j, получим ***Тригонометрическую форму запи***
ла *z*=r (cosj +*I*Sinj)

Здесь
r =(*X*2+*Y*2)1/2=ï*Z*ï =((Re *Z*)2+(Im *Z*)2)1/2 - ***Модуль комплексного числа***,

Tg j =*Y*/*X;* j =j0+2p *K*- ***Аргумент комплексного числа***.

Arg *Z*=arg *Z*+2p *K*, 0 $\leq$ arg *Z* <2p.

Для комплексного числа 0=(0,0) модуль равен 0, а аргумент не определен.

Тригонометрическую и показательную форму записи комплексного числа связывает

Z=r (cosj +*I*Sinj)=r *EiJ*

Эта формула определяет экспоненту в мнимой степени (ее не нужно доказывать).

Примеры

1. *Z*=1: |1|=1, arg 1=0; 1=1(cos 0 +*I* sin 0)= 1e*I*0;

2. *Z*=*I*: |*I*|=1, arg *I*=p /2; *I*=1(cos p /2 +*I* sin p /2)= 1e*I*P /2;

3. *Z*=-1: |-1|=1, arg (-1)= p ; -1=1(cos p +*I* sin p)= 1e*I*P ;

4. *Z*=-*I*: |-*I*|=1, arg (-*I*)= 3p /2; -*I*=1(cos 3p /2 +*I* sin 3p /2)= 1e*I*3p /2;

5. *Z*=1+*I*: |1+*I*|=, arg (1+*I*)= p /4; 1+*I*= (cos p /4 +*I* sin p /4)= e*I*P /4;

6. *Z*=e*I*J; |e*I*J |=1, arg (e*I*J)= j ; e*I*J=1 (cos j +*I* sin j);

7. *Z*=-e*I*J; |-e*I*J |=1, arg (-e*I*J)= p +j ; - e*I*J=1 (cos(p +j) +*I* sin(p +j))=e*I*(p +j)

Геометрическая интерпретация сложения и умножения.

Сложение двух комплексных чисел можно рассматривать как сложение двух векто
этом выполнено:

Неравенство треугольника

ï*Z*1+*Z*2ï$\leq$ï*Z*1ï+ï*Z*2ï.

В частности ï*A*+*Ib*ï$\leq$ï*A*ï+ï*B*ï

ï*Z*1-*Z*2ï - ***Расстояние*** между *Z*1 и *Z*2 на комплексной плоскости.

Простейшие множества точек на комплексной плоскости.

А) |*z-z0*|=*a (a>0)* - окружность с центром в точке z0 радиуса *A*;

Б) |*z-z0*|<*a (a>0)* - открытый круг с центром в точке z0 радиуса *A*;

В) |*z-z0*|>*a* (*a>0*) - внешность открытого круг с центром в точке z0 радиуса *A*;

Г) *A*<|*z-z0* |<*b (0<a<b)* - открытое кольцо с центром в точке *Z0*;

Д) arg(*Z-z0*)= j - луч, с началом в точке *Z0* , идущий под углом j к положительному направлени
тельной оси.

Е) a <arg(*Z-z0*)<b - внутренность неограниченного открытого сектора с вершиной в точке *Z0* и
твора b - a.

Ж) Re *Z*= *a* - прямая, || мнимой оси, проходящая через точку (*A*,0);

З) Im *Z*= *b* - прямая, || действительной оси, проходящая через точку (0,*B*);

При Умножении двух комплексных чисел их ***Модули перемножаются*** (растяжение или
а ***Аргументы складываются*** (поворот на плоскости).

Z1=*A*1+*I b*1=r1e*I*A; *Z*2=*A*2+*I b*2=r2e*I*B;

Z1·*Z*2=r1r2ei(a +b) => |Z1*Z*2|=|Z1||Z2|; arg(Z1 *Z*2)=arg Z1+ arg *Z*2 .

При Делении двух комплексных чисел их ***Модули делятся*** (модуль знаменателя ¹ 0), а ***Аргумен
таются***

Z1/Z2=(r1/r2)e*I*(a - b)=> |Z1/Z2|=|Z1|/|Z2|; arg(Z1/Z2)=arg *Z*1- arg *Z*2 .

Алгебраической формой записи комплексных чисел удобно пользоваться при операциях сложен
тания, а показательной - при умножении, делении, возведении в целую степень, извлечении це
(возведение в рациональную степень).

Возведение в целую степень.

ZN=[r(cosj +*I* sinj)]n=[r e*I*J]n =rne*I*Nj=r n(cos(nj)+*I* sin(nj));

Мы вывели

Формулу Муавра: (cosj +*I* sinj)n = cos(nj)+*I* sin(nj).

Пример: (1+*I*)3=(21/2 e*I*P /4)3=23/2 *Ei*3P /4=23/2(cos(3p /4)+*I* sin(3p /4))=-2+2*I*.

2.Практическая часть

Задача 1. Найдите комплексные корни уравнения $z^2 = a$, если:
а) $a=-1$; б) $a=-25$; в) $a=-3$.

Решение

а) $z^2=-1$.

Так как $i^2=-1$, то это уравнение можно записать в виде $z^2=i^2$ или $z^2-i^2=0$. Отсюда, раскладывая левую часть на множители, получаем $(z-i)(z+i)=0$, откуда $z_1=i$, $z_2=-i$.

б) $z^2=-25$.

Учитывая, что $i^2=-1$, преобразуем это уравнение: $z^2=(-1)\cdot 25$, $z^2=i^2 5^2$

, $z^2 - 5^2 i^2 = 0$, $(z-5i)(z+5i)=0$, откуда $z_1 = 5i$, $z_2 = -5i$.

в) $z^2 = -3$.

Преобразуем $z^2 = i^2\left(\sqrt{3}\right)^2$, $z^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 i^2 = 0$, $\left(z-\sqrt{3}i\right)\left(z+\sqrt{3}i\right)=0$, откуда $z_1 = \sqrt{3}i$, $z_2 = -\sqrt{3}i$.

Ответ: а) $\pm i$; б) $\pm 5i$; в) $\pm\sqrt{3}i$.

Задача 2. Найдите х и у, для которых $(2x+3y)+(x-y)i = 2+(2x+y)i$.

Решение

Получим и решим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} 2x+3y=2, \\ x-y=2x+y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y=2, \\ x-2x=y+y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+3y=2, \\ x=-2y; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(-2y)+3y=2, \\ x=-2y; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=-2, \\ x=4. \end{cases}$$

Ответ: $(4;-2)$.

Задача 3. Решите уравнение $(2-i)x+(5+6i)y = 1-3i$ относительно действительных переменных х и у.

Решение

Левую часть уравнения можно рассматривать, как некоторое неизвестное комплексное число. Приведя его к виду $a+bi$, получаем уравнение равносильное данному: $(2x+5y)+(-x+6y)i = 1-3i$. Так как два комплексные числа равны тогда и только тогда, когда равны их действительные и мнимые части, приходим к системе:

4. Литература для самоподготовки:

1.Богомолов Н.В. Математика.М.: Дрофа, 2012

2.Богомолов Н.В. Пратические занятия по математике.М.: Дрофа, 2012

3.Электроная библиотека.

Практическое занятие «Разложение подынтегральной функции в ряд».

Цель: «Научиться применять признак сходимости числового ряда по Даломберу на практике, раскладывать подынтегральную функцию в ряд. Применять числовые ряды при решении профессиональных задач».

План работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Практическая часть.

3. Вывод.
4. Литература для самоподготовки.

Ход работы:

1 Изучение теоретического материала.

Если функцияфункция $f(x)$ бесконечно дифференцируема в некоторой окрестности точки a. Формальный ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$$

называется рядом Тейлора функции f в точке a.

То есть, Рядом Тейлора для функции $f(x)$ в окрестности точки a называется степенной ряд относительно двучлена $x-a$ вида $f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+...+\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n+...$

В случае, если a=0, этот ряд также называется рядом Маклорена.

Для разложения функции в ряд Маклорена

нужно:

1) найти производные, и т.д.;

2) вычислить значение производных в точке x=0;

3) написать ряд для заданной функции, найти его интервал сходимости;

4) найти интервал, в котором остаточный член ряда Маклорена при. Если такой интервал существует, то в нем функция и сумма ряда Маклорена совпадают.

2.Практическя часть.

1. Выведем формулу разложения в ряд Маклорена для функции $f(x)=e^x$.

1) $f'(x)=e^x, f''(x)=e^x ... f^{(n)}(x)=e^x$

2) при *x=0* $f(0)=1, f'(0)=1 ... f^{(n)}(0)=1$

3) $e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+...\frac{x^n}{n!}+...+R_n(x)$

2.Разложение для функции $f(x)=\cos x$.

Воспользуемся свойством 3 степенных рядов.

Продифференцируем почленно ряд для $\sin x$, получим

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots; \qquad x \in (-\infty; \infty)$$

3.**Таблица разложения в ряд Маклорена некоторых элементарных функций.**

1) $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots; \qquad x \in (-\infty; \infty)$

2) $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots; \qquad x \in (-\infty; \infty)$

3) $\cos x = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots; \qquad x \in (-\infty; \infty)$

4) $(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \ldots + \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{n!}x^n + \ldots$

(биноминальный ряд)

$$x \in \begin{cases} [-1;1], m \ge 0 \\ (-1;1], -1 < m < 0 < \\ (-1;1), m \le -1 \end{cases}$$

5) $\frac{1}{(1-x)} = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n + \ldots; \qquad x \in (-1;1)$

6) $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + \ldots; \qquad x \in (-1;1]$

7) $arctgx = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots; \qquad x \in [-1;1]$

8) $\arcsin x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{x^7}{7} + \ldots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots ((2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \ldots 2n} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots; \quad x \in [-1;1]$

9) $shx = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5} + \ldots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \ldots; \qquad x \in (-\infty; \infty)$

10) $chx = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \ldots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \ldots; \qquad x \in (-\infty; \infty)$

Примеры:

1) пользуясь таблицей получить разложение для функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Воспользу-

емся биноминальным рядом

$$(1+u)^m = 1 + \frac{m}{1!}u + \frac{m(m-1)}{2!}u^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}u^3 + \dots$$

$$\frac{1}{1+x^2} = (1+x^2)^{-1} = 1 + \frac{(-1)}{1!}x^2 + \frac{(-1)(-1-1)}{2!}(x^2)^2 + \frac{(-1)(-1-1)(-1-2)}{3!}(x^2)^3 + \dots =$$

$$= 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \dots (-1)^n x^{2n} + \dots \qquad x \in (-1;1)$$

2) написать ряд Маклорена для функции $f(x) = arctgx$

Воспользовавшись 4-м свойством степенных рядов, проинтегрируем ряд для функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, получим:

$$\int_0^x \frac{1}{1+x^2}dx = \int_0^x (1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \dots)dx$$

$$arctgx = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots \quad x \in (-1;1)$$

3.Вывод:

4.Литература для самоподготовки:

1.Богомолов Н.В. Математика.М.: Дрофа, 2012

2.Богомолов Н.В. Практические занятия по математике.М.: Дрофа, 2012

3.Электроная библиотека.

Практическое занятие «Основные понятия теории графов».

Цель: «Изучить историю возникновения понятия «граф». Научиться решать задачи, приводящие к понятию «графа». Изучить основные понятия теории графов. Научиться применять теорию графов при решении профессиональных задач».

План работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Практическая часть.
3. Вывод.
4. Литература для самоподготовки.

Ход работы:

1. Изучение теоретического материала.

История возникновения. Существует много различных подходов к определению графа. Отдельные авторы при определении графа исключают возможность введения нескольких рёбер, соединяющих одни и те же вершины. Другие исключают наличие петель, т.е. рёбер, соединяющих вершину саму с собой, а потом, чтобы определить графы, вводятся специальные термины типа мультиграф и т.п. Таким образом, в настоящее время всё ещё не сложилось единого стандарта терминологии теории графов. Поэтому если вы откроете новую книгу, то внимательно проследите за введёнными автором понятиями и определениями [1].

Одним из важнейших разделов дискретной математики является теория графов. С их помощью описывается сложное строение физических, химических, социальных и т.д. объектов. Графы широко используются в градостроительстве при проектировании сетей водо-, газо-, тепло-, электроснабжения и в экономике, например, в «сетевом» планировании.

Датой рождения этой теории можно считать 1736 год, когда былаопубликована статья Леонарда Эйлера, посвящённая решению головоломки под названием «Задача о кёнигсбергских мостах». Долгое время методы, аналогичные эйлеровым, использовались для исследования подобных развлекательных задач. Но в XIX веке Г.Кирхгоф и А.Кэли нашли им более достойное применение. Первый с помощью графов стал описывать электрические, а второй – химические «цепи» и «деревья» [2].

Существующее название закрепилось за этой наукой с 1936 года, после выхода в свет монографии венгерского математика Д.Кёнига. Термин «граф» происходит от греческого слова «пишу». Он говорит о наглядной графической интерпретации основных понятий этой теории, во-первых, и о тесной связи её с геометрией, во-вторых. И действительно, этот раздел дискретной математики находится на стыке геометрии, топологии, комбинаторики и ряда других математических дисциплин и интенсивно использует их методы [2].

Основные понятия: граф, вершина, ребро, дуга, неориентированный граф, орграф. Объектом исследований теории графов является «граф», который определяется следующим образом.

Определение. Графомназывается совокупность точек(объектов)и соединяющих их линий (связей). Точки графа при этом называются его вершинами, а связывающие их линии – рёбрами.

Пусть в графе имеется N вершин p_n (n=1, 2,…,N) и M рёбер u_m (m= 1,2,…,M). Тогда, подразумевая под P и U множества всех вершин P=(p_n)
и рёбер U= (u_m), графом называют совокупность этих двух множеств. В
этом случае он обозначается символом $Г(P,U)$.

Если для рёбер графа существенно положение соединяемых ими вершин, то он называется ориентированным. В противном случае – неориентированным. У ориентированного графа, т.е. орграфа или направленного графа, рёбра имеют начало и конец, будем также называть такие рёбра дугами.

Рёбра ориентированного графа отмечают двумя буквами,
обозначающими точки начала и конца. Аналогичная символика используется, как известно, в векторном исчислении.

Конечный граф. В случае, когда числа вершинNи рёберMконечны, граф называется конечным.

Особенности различных связей элементов графа имеют свои наименования.

Смежные вершины и ребра. Смежными называют 2 вершины, соединённые рёбрами, и рёбра, имеющие хотя бы одну общую вершину.

Степень или валентность вершины, правильный или однородный граф. Степенью или валентностью вершины p_n именуютчисло рёбер, соединяемых ею. Её обозначают символом $\rho(p_n)$.
Правильным или однороднымr-валентным графом является граф, все вершины которого имеют одинаковую степень, $\rho(p_n)=r$ для всех n.

Правильный нулевой или несвязный граф. Нулевымилинесвязным он называется тогда, когда множество U пусто, т.е. когда в графе нет рёбер. В этом случае он состоит из одних вершин $\Gamma(P,)=P$.

Полный граф. Полныйграф–это граф,каждая пара различныхвершин которого связана лишь одним ребром.

Петля, множественные рёбра, простой граф. Петля–линия, ~~начинающаяся и заканчив~~ающаяся в одной и той же вершине.
Множественные рёбра – совокупность нескольких линий, соединяющих одни и те же вершины. Простым называется граф, не имеющий петель и множественных рёбер.

Пояснение основных понятий на примере. Для пояснения введённых понятий рассмотрим граф, изображённый на рис. 1 [2].

Обозначим его $\Gamma(P,U)$, полагая $P = (p_n)$ (n= 1,2,…,8) и $U = (u_m)$ (m= 1,2,….,8). Очевидно, в нём $N = 8$ и M=8.

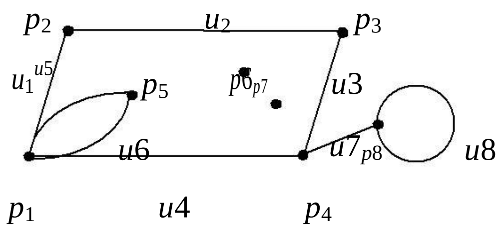


Рис. 1

Примерами смежных вершин здесь могут служить пары точек (p_1 , p_2) и (p_2 , p_3), соединённых рёбрами u_1 и u_2 соответственно. Смежными являются и пары рёбер (u_1, u_2) и (u_2, u_3), имеющих общие вершины: p_2для

2.Практическая часть.

Определить степени вершин графов, изображенных на рис. и

количество ребер.

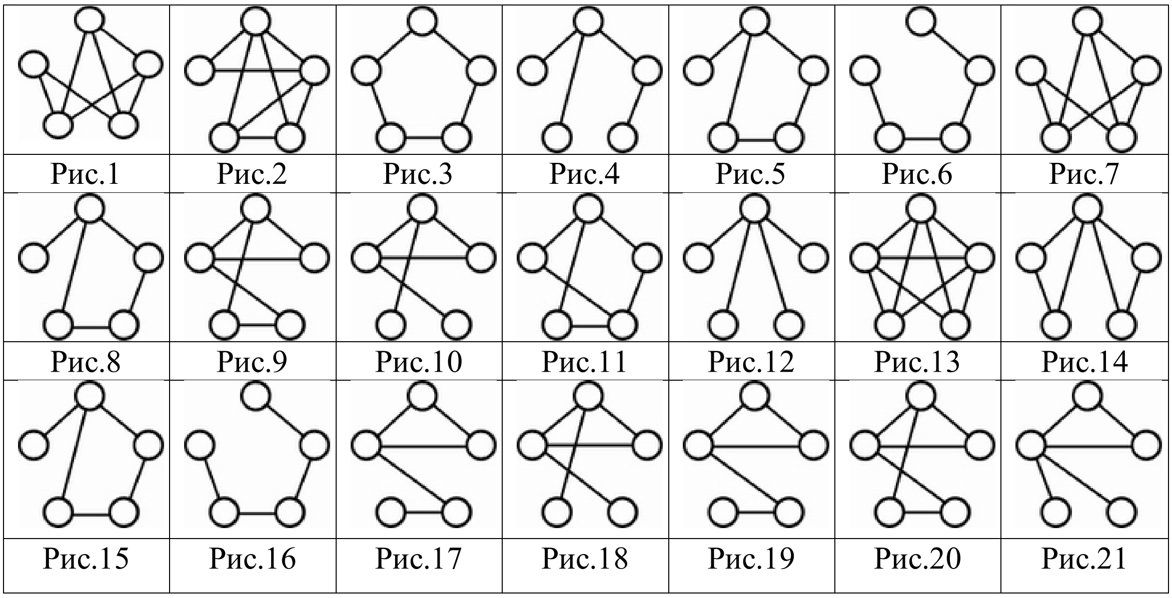


Рис.1	Рис.2	Рис.3	Рис.4	Рис.5	Рис.6	Рис.7
Рис.8	Рис.9	Рис.10	Рис.11	Рис.12	Рис.13	Рис.14
Рис.15	Рис.16	Рис.17	Рис.18	Рис.19	Рис.20	Рис.21

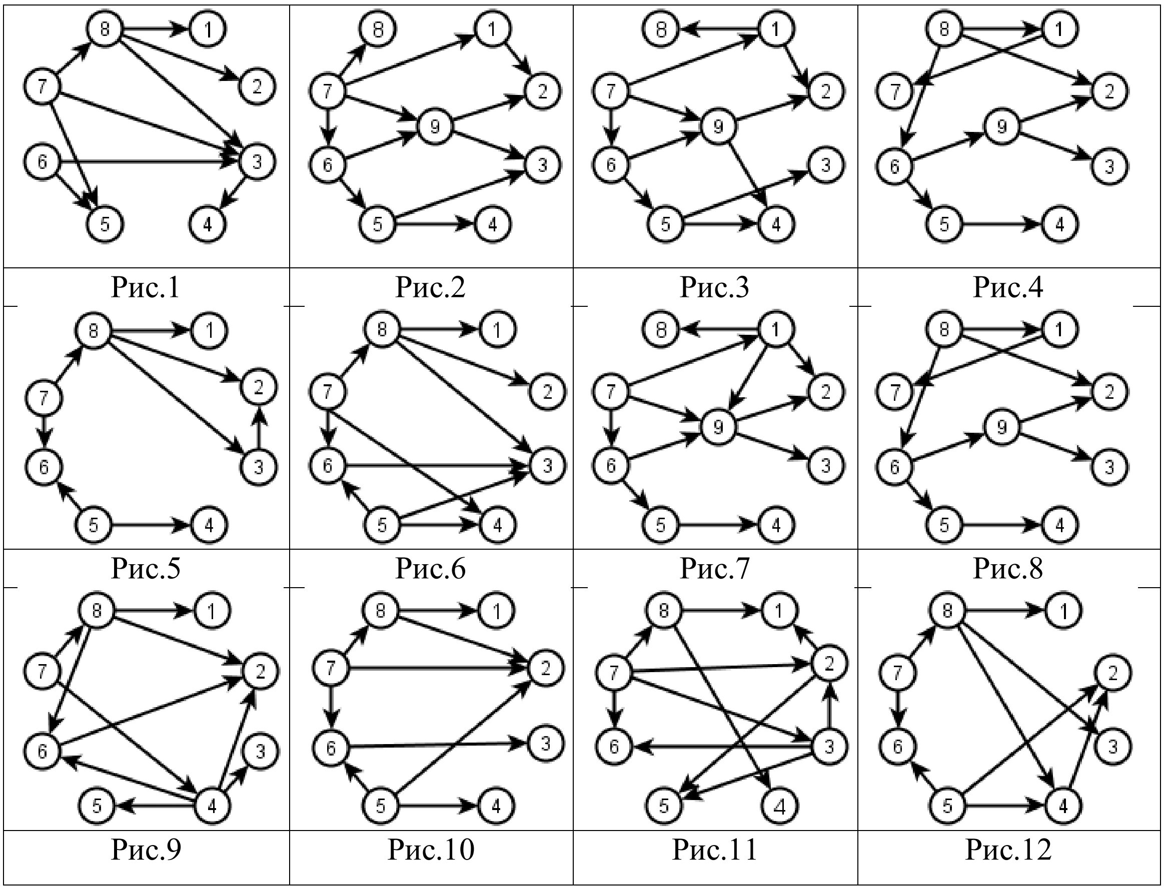


Рис.1	Рис.2	Рис.3	Рис.4
Рис.5	Рис.6	Рис.7	Рис.8
Рис.9	Рис.10	Рис.11	Рис.12

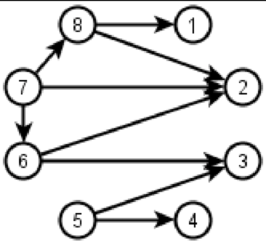
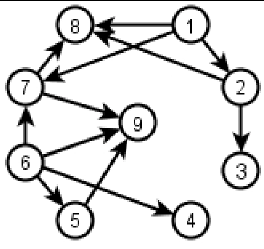
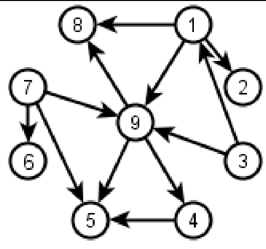
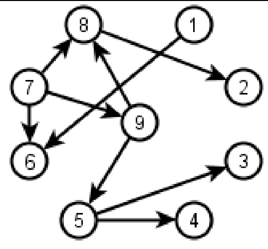
			

Рис.13	Рис.14	Рис.15	Рис.16

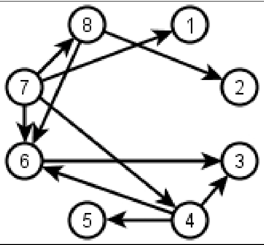
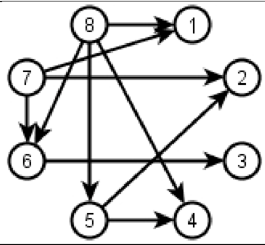
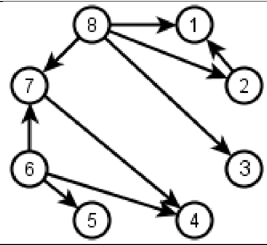
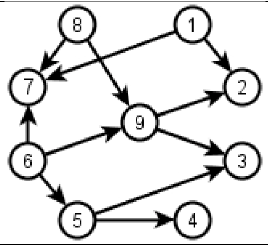

			

Рис.17	Рис.18	Рис.19	Рис.20

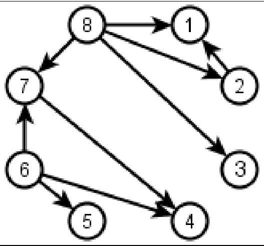
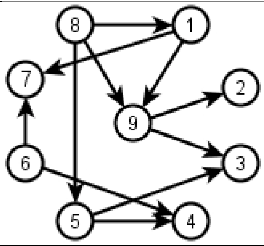
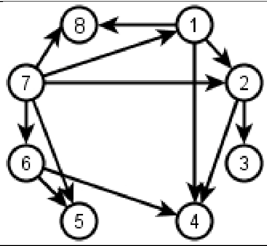
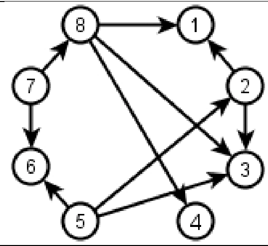

			

Рис.21	Рис.22	Рис.21	Рис.22

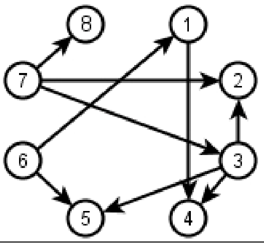
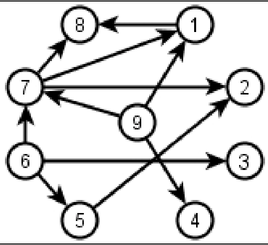
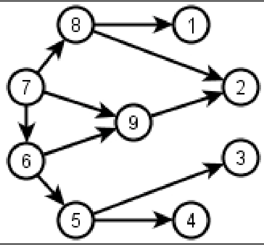
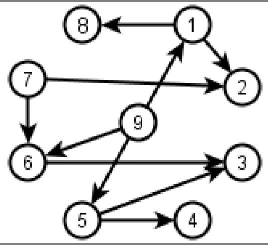

			

Рис.23	Рис.24	Рис.25	Рис.26

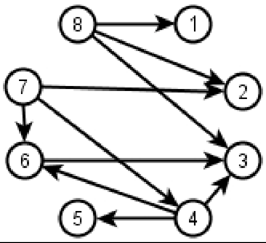
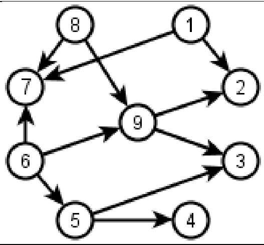
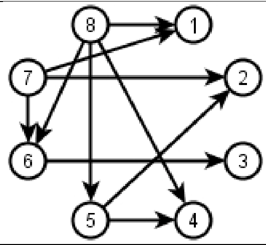
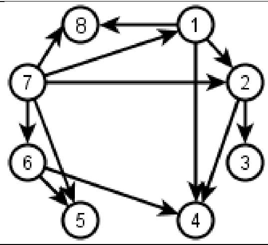

			

Рис.27	Рис.28	Рис.29	Рис.30

Практическое занятие «Производная функции»

1 вариант **2 вариант**

1. Найдите производную функции.

а) $y = x^2 \sin 2x.$

б) $y = \sqrt{1 - 8\sin\dfrac{x}{8}}.$

в) $y = tg^7 2x.$

г) $y = \sqrt{\sin^3 3x - 1}.$

д) $y = \dfrac{x^3}{1 - x^2}.$

2. При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t)=t^2+t+2$. Через сколько секунд после начала движения Мгновенная скорость тела будет равна 5м/с?

3. Напишите уравнение касательной к графику графику функции $f(x)$ в точке $x=a$.

$f(x) = \dfrac{1}{x^4} + 3, a = 1.$

4. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику ф-ции $f(x)$ параллельна данной прямой.

$f(x) = x - \dfrac{1}{x^2}, y = 3x.$

5. При каких значениях аргумента скорость изменения ф-ции $y=f(x)$ равна скорости изменения ф-ции $y=g(x)$.

$f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2, g(x) = 7{,}5x^2 - 16x.$

6. Составьте уравнение касательной к графику ф-ции $f(x)$ в точке $x=a$.

$f(x) = \sin^3 2x, a = \dfrac{\pi}{12}.$

1. Найдите производную функции.

а) $y = x^3 \sin\dfrac{x}{3}.$

б) $y = \sqrt{1 + 7tg 2x}.$

в) $y = \cos^2(3x^2).$

г) $y = \sqrt{\cos^5\dfrac{x}{5} - 1}.$

д) $y = \dfrac{x^2}{1 - x^3}.$

2. При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) изменяется по закону $S(t)=0{,}5t^2-4t+6$. Через сколько секунд после начала движения тело остановится?

3. Напишите уравнение касательной к графику графику функции $f(x)$ в точке $x=a$.

$f(x) = \sqrt{3 - x}, a = -1.$

4. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику ф-ции $f(x)$ параллельна данной прямой.

$f(x) = \dfrac{1}{x^4} + 7, y = 4x.$

5. При каких значениях аргумента скорость изменения ф-ции $y=f(x)$ равна скорости изменения ф-ции $y=g(x)$.

$f(x) = x^3 - 3x^2, g(x) = 1{,}5x^2 - 9.$

6. Составьте уравнение касательной к графику ф-ции $f(x)$ в точке $x=a$.

$f(x) = \cos^2 2x, a = \dfrac{\pi}{8}.$

7*** Найдите точку пересечения касательных к графику функции $y = x^2 - |2x - 6|$, проведённых через точки с абсциссами $x=5$, $x= -5$.

Практическое занятие

«Применение производной к исследованию функции»

1 ВАРИАНТ

1. Найдите критические, стационарные точки и точки экстремума функции.

а) $y = x^8(3x-1)^5$.

б) $y = |x-3| - 2$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = \frac{5}{3}x^3 + px^2 + 5x - 14$ возрастает на всей числовой прямой.

3. Найдите множество значений функции $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$.

4. Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием составляет в сумме 36 см. Чему равен наибольший объём такого параллелепипеда?

5. При каком значении параметра p уравнение $x^3 + x^2 - x = p$ имеет три корня.

6. Построить график функции.

$$y = \frac{x^2-1}{x^2+1}.$$

2 ВАРИАНТ

1. Найдите критические, стационарные точки и точки экстремума функции.

а) $y = x^7(2-3x)^4$.

б) $y = |2-x| + 3$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = -x^3 + px^2 - 3x + 16$ убывает на всей числовой прямой.

3. Найдите множество значений функции $y = \sqrt{3-x} + \sqrt{x-1}$.

4. Площадь прямоугольного треугольника 8 см^2. Каким должны быть длины сторон треугольника, чтобы сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, была наименьшей?

5. При каком наименьшем значении параметра n уравнение $x^3 + 6x^2 = n$ имеет ровно два корня.

6. Построить график функции.

$$y = \frac{x^2-4}{x^2+4}.$$

Практическое занятие

«Первообразная и интеграл»

1 Вариант.

А1.Определите функцию, для которой F(x) = x^2 – sin2x – 1 является первообразной:

1.) f(x) = $\frac{x^3}{3} + \cos 2x + x$; **2)** f(x) = $2x - 2\cos 2x$; **3)** f(x) = $2x + \frac{1}{2}\cos 2x$; **4)** f(x) = $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}\cos 2x + x$.

А2.Найдите первообразную для функции. F (x) = $4x^3$ + cos x

1)F(x) = $12x^2$ – sinx + c; **2)** F(x) = $4x^3$ + sinx + c; **3)** F(x) = x^4 – sinx + c; **4)** F(x) = x^4 + sinx + c.

А3. Для функции f(x) = x^2 найдите первообразную F, принимающую заданное значение в заданной точке F (- 1) = 2

1)F(x) = $\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; **2)** F(x) = 2x + $2\frac{1}{3}$; **3)** F(x) = – $\frac{x^3}{3}+2\frac{1}{3}$; **4)** F(x) = $\frac{x^3}{3}-2\frac{1}{3}$.

А4.Точка движется по прямой так, что её скорость в момент времени t равна V (t) = t + t^2. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 3 сек, если скорость измеряется в м /сек. 1)18 м; **2)** $12\frac{1}{3}$ м; **3)** $17\frac{1}{3}$ м; **4)** 20 м.

А5 Вычислите $\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{6}{\cos^2 x}dx$ **1)** $6\sqrt{3}$; **2)** 6; **3)** $2\sqrt{3}$; **4)** $3\sqrt{3}$.

А6 Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями y = $-x^2+3$ и y = 0

1) $4\sqrt{3}$; **2)** $6\sqrt{3}$; **3)** $9\sqrt{3}$; **4)** $8\sqrt{3}$.

А7 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями y = $\sqrt{x}$ и y = $\frac{1}{2}$x

1) 2; **2)** $1\frac{1}{3}$; **3)** $2\frac{2}{3}$; **4)** $1\frac{2}{3}$.

А8 Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции y = 2 – x^2, касательной к этому графику в его точке с абсциссой x = - 1 и прямой x = 0

1) $1\frac{2}{3}$; **2)** $2\frac{1}{3}$; **3)** $\frac{1}{3}$; **4)** $1\frac{1}{3}$.

В1 Вычислите $\int_2^4 4x\,dx$

В2 Найдите сумму абсцисс точек пересечения графиков функции y = (x – 1)(x + 2) и её первообразной, если одна из этих точек находится на оси ординат.

С1 Найдите ту первообразную функции f(x) = 3x – 1 , для которой уравнение F(x) = 5 имеет единственный корень.

2 Вариант.

А1 Определите функцию, для которой F(x) = – cos $\frac{x}{2}$ - x^3 + 4 является первообразной:

1) f(x) = - sin$\frac{x}{2}$ - $3x^2$; **2)** f(x) = $\frac{1}{2}$ sin$\frac{x}{2}$ - $3x^2$; **3)** f(x) = - $\frac{1}{2}$sin$\frac{x}{2}$ - $3x^2$; **4)** f(x) = 2sin$\frac{x}{2}$ - $3x^2$.

А2 Найдите первообразную для функции f(x) = x^2 – sinx

1) F(x) = $\frac{x^3}{3}$ - cos x + c; **2)** F(x) = 2x – cosx + c; **3)** F(x) = $\frac{x^3}{3}$ + cosx + c; **4)** F(x) = $\frac{x^3}{3}$ + sinx + c.

А3 Для функции f(x) = 2x - 2 найдите первообразную F, график которой проходит через точку A(2;1)

1) F(x) = - x^2 – 2x – 1; **2)** F(x) = x^2 + 2x + 2; **3)** F(x) = $2x^2$ – 2; **4)** F(x) = x^2 – 2x + 1.

А4 Точка движется по прямой так, что её скорость в момент времени t равна V (t) =3 + 0,2 t. Найдите путь, пройденный точкой за время от 1 до 7 сек., если скорость измеряется в м /сек

1) 22, 8 м; **2)** 29 м; **3)** 23 м; **4)** 13 м.

А5 Вычислите $\int_{\pi}^{2\pi}\cos\frac{x}{6}dx$ **1)** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; **2)** 3 $\sqrt{3}$ - 3; **3)** 0; **4)** 3 - 3 $\sqrt{3}$.

А6 Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями y = $2x^2$, y = 0, x = 2

1) $5\frac{2}{3}$; **2)** $2\frac{1}{3}$; **3)** $5\frac{1}{3}$; **4)** $2\frac{2}{3}$.

А₇ Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5 - x^2$, $y = 1$

1) 16; **2)** $5\frac{1}{3}$; **3)** $11\frac{1}{3}$; **4)** $10\frac{2}{3}$.

А₈ Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = -x^2 + 3$, касательной к этому графику в его точке с абсциссой $x = 1$ и прямой $x = 0$.

1) $2\frac{2}{3}$; **2)** $\frac{1}{3}$; **3)** $2\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{3}$.

В₁ Вычислите $\int_1^4 (x^2 - 6x)dx$

В₂ Найдите сумму абсцисс точек пересечения графиков функции $y = (x - 3)(x + 2)$ и её первообразной, если одна из этих точек находится на оси ординат.

С₁ Найдите ту первообразную функции $f(x) = 2x + 5$, для графика которой прямая $y = 7x - 3$ является касательной.

Практическое занятие

«Решение задач на расчёт количества выборок»

1 вариант.

1. Решите уравнение: $A_x^4 \cdot P_{x-4} = 42 \cdot P_{x-2}$

2. Сколькими способами могут разместиться пять человек вокруг круглого стола?

3. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1;2;5;8;9 так чтобы в каждом числе не было одинаковых цифр?

4. В бригаде из двадцати пяти человек нужно выделить четырех для работы на определенном участке. Сколькими способами это можно сделать?

5. В вазе с фруктами лежит 12 персиков и 9 слив. Сколькими способами можно выбрать 4 персика и 3 сливы?

2 вариант.

1. Решите уравнение: $P_{x+5} = 240 \cdot P_{x-c} \cdot A_{x+3}^{c+3}$

2. Сколькими способами можно расставить на полке семь книг?

3. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют семь команд?

4. Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

5. На полке стоит 4 энциклопедии и 11 детективов. Сколькими способами можно выбрать пять детективов и две энциклопедии?

3 вариант.

1. Решите уравнение: $P_{n+2} = 132 \cdot A_n^m \cdot P_{n-m}$

2. Сколькими способами можно составить список из шести человек?

3. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9?

4. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

5. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для генеральной уборки класса требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

4 вариант.

1. Решите уравнение: $12 \cdot C_{n+3}^{n-1} = 55 \cdot A_{n+1}^{2}$

2. В соревнованиях участвовало четыре команды. Сколько вариантов распределения мест между ними возможно?

3. Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется восемь учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

4. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?

5. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?

Билеты для дифференцированного зачёта:

Билет №1

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x\to} -1 \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$

2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{sinx+1}{lgx}$

3. Найти неопределённый интеграл : $x-1 \quad x+4 \ dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_0^{\pi/6} \frac{sin^2x}{cosx}dx$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cos \cdot dy = 0$$

Билет №2

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$

2. Найти производную и дифференциал : y=$2lgx - \frac{3}{2^x}$

3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_2^3 x^3dx$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cosy \cdot dy = 0$$

Билет №3

1. Вычислить предел функции : $lim_{x \to \infty} \frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_1^8(4x - \frac{1}{3^3 \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$xy^2 - y^2 \ dx - \ x^2y + x^2 \ dy = 0$$

Билет №4

1. Вычислить предел функции : $lim_{x \to \infty}(x - \ \overline{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : y= $3x - 2 \ (7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $_1^3 \ x^2 \ 8^3 \ \overline{x} - 1 \ dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_1^8(4x - \frac{1}{3^3 \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$e^{x-y} - e^{-y} \ dx + \ e^{x+y} + e^x \ dx = 0$$

Билет №5

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x \to} -1 \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{sinx+1}{lgx}$
3. Найти неопределённый интеграл : $x - 1 \quad x + 4 \ dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_0^{\pi/6} \frac{sin^2x}{cosx}dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cos \cdot dy = 0$$

Билет №6

1. Вычислить предел функции : $lim_{x \to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$2lgx - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_2^3 x^3dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cosy \cdot dy = 0$$

Билет №7

1. Вычислить предел функции : $lim_{x \to \infty} \frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$

2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$

3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_1^8(4x-\frac{1}{3^3\overline{x^2}}$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$xy^2-y^2\ \ dx-\ \ x^2y+x^2\ \ dy=0$$

Билет №8

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty}(x-\quad\overline{x^2-3})$

2. Найти производную и дифференциал : y= $3x-2\ \ (7x+4)$

3. Найти неопределённый интеграл : $_1^3\quad x^2\ \ 8^3\ \overline{x}-1\ \ dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_1^8(4x-\frac{1}{3^3\overline{x^2}}$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$e^{x-y}-e^{-y}\ \ dx+\ \ e^{x+y}+e^x\ \ dx=0$$

Билет №9

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x\to}-1\frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$

2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{sinx+1}{lgx}$

3. Найти неопределённый интеграл : $x-1\quad x+4\ \ dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_0^{\pi/6}\frac{sin^2x}{cosx}dx$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx\cdot sin^3ydx+x\cdot cos\cdot dy=0$$

Билет №10

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$

2. Найти производную и дифференциал : y=$2lgx-\frac{3}{2^x}$

3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_2^3x^3dx$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx\cdot sin^3ydx+x\cdot cosy\cdot dy=0$$

Билет №11

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$

2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$

3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$

4. Вычислить определённый интеграл : $_1^8(4x-\frac{1}{3^3\overline{x^2}}$

5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$xy^2 - y^2 \ dx - \ x^2y + x^2 \ dy = 0$$

Билет №12

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty}(x - \ \overline{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : y= $3x - 2 \ (7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $^{3}_{1} \ \overline{x^2 \ 8^3 \ \overline{x} - 1 \ dx}$
4. Вычислить определённый интеграл : $^{8}_{1}(4x - \frac{1}{3^3 \ \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$e^{x-y} - e^{-y} \ dx + \ e^{x+y} + e^x \ dx = 0$$

Билет №13

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x\to} -1 \frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{sinx+1}{lgx}$
3. Найти неопределённый интеграл : $x - 1 \ \ x + 4 \ dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $^{\pi/6}_{0} \frac{sin^2x}{cosx} dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cos \cdot dy = 0$$

Билет №14

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$2lgx - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $^{3}_{2} x^3dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cosy \cdot dy = 0$$

Билет №15

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty} \frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $^{8}_{1}(4x - \frac{1}{3^3 \ \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$xy^2 - y^2 \ dx - \ x^2y + x^2 \ dy = 0$$

Билет №16

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty}(x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : y= $3x - 2\ (7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $_{1}^{3}\ \overline{x^2\ 8^3\ \overline{x} - 1}\ dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_{1}^{8}(4x - \frac{1}{3^3\ \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$e^{x-y} - e^{-y}\ dx + \ e^{x+y} + e^{x}\ dx = 0$$

Билет №17

1. Вычислить предел функции : $\lim_{x\to} -1\frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{sinx+1}{lgx}$
3. Найти неопределённый интеграл : $x - 1\ \ x + 4\ dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_{0}^{\pi/6}\frac{sin^2x}{cosx}dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cos \cdot dy = 0$$

Билет №18

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$2lgx - \frac{3}{2^x}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_{2}^{3}x^3dx$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$lnx \cdot sin^3ydx + x \cdot cosy \cdot dy = 0$$

Билет №19

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+1}{3x^4+2x^2-1}$
2. Найти производную и дифференциал : y=$\frac{6x^4-7x^3+x^2-5x+3}{2x^3}$
3. Найти неопределённый интеграл : $\frac{1-6x+4x^2}{x^2}dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_{1}^{8}(4x - \frac{1}{3^3\ \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$xy^2 - y^2\ dx - \ x^2y + x^2\ dy = 0$$

Билет №20

1. Вычислить предел функции : $lim_{x\to\infty}(x - \sqrt{x^2 - 3})$
2. Найти производную и дифференциал : y= $3x - 2\ (7x + 4)$
3. Найти неопределённый интеграл : $_{1}^{3}\ \overline{x^2\ 8^3\ \overline{x} - 1}\ dx$
4. Вычислить определённый интеграл : $_{1}^{8}(4x - \frac{1}{3^3\ \overline{x^2}}$
5. Найти общее решение дифференциальных уравнений :

$$e^{x-y} - e^{-y}\ dx + \ e^{x+y} + e^{x}\ dx = 0$$